

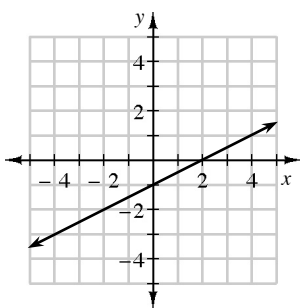
Los alumnos utilizaron la ecuación $y = mx + b$ para graficar rectas y describir patrones en los cursos anteriores. La Lección 2.1.1 es un repaso. Cuando la ecuación de una recta se escribe en la forma $y = mx + b$, el coeficiente m representa la pendiente de la recta. La pendiente representa la dirección de la recta y su inclinación. La constante b es el punto de corte con el eje y , que se escribe $(0, b)$, e indica dónde se cruza la recta con el eje y .

Para más información sobre pendiente, consulta la recuadro de Apuntes de matemáticas de la Lección 2.1.4.

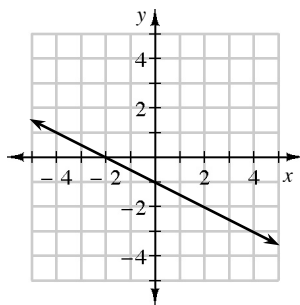
Ejemplo 1

Si m es positivo, la recta sube de izquierda a derecha. Si m es negativo, la recta baja de izquierda a derecha. Si $m = 0$ entonces la recta es horizontal. El valor de b indica el punto de corte con el eje y .

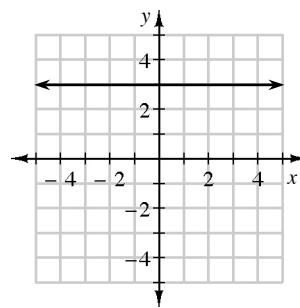
$$y = \frac{1}{2}x - 1$$



$$y = -\frac{1}{2}x - 1$$



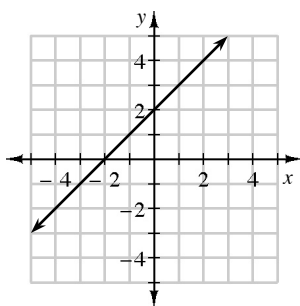
$$y = 0x + 3 \text{ o } y = 3$$



Ejemplo 2

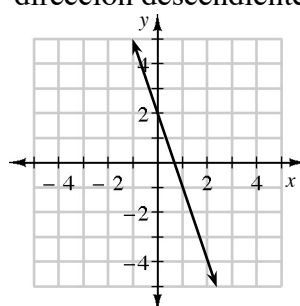
Cuando $m = 1$, como en $y = x$, la recta sube una unidad cada vez que adelanta una unidad a la derecha. Las rectas con mayor inclinación tienen un valor de m mayor, es decir, $m > 1$ o $m < -1$. Las rectas más planas tienen un valor de m entre -1 y 1 , generalmente en forma de fracción. Los tres ejemplos a continuación tienen $b = 2$.

$$y = x + 2$$



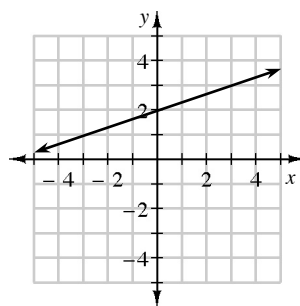
$$y = -3x + 2$$

(más inclinada y en
dirección descendente)



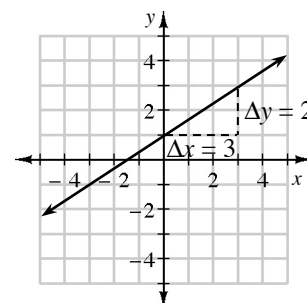
$$y = \frac{1}{3}x + 2$$

(menos inclinada)

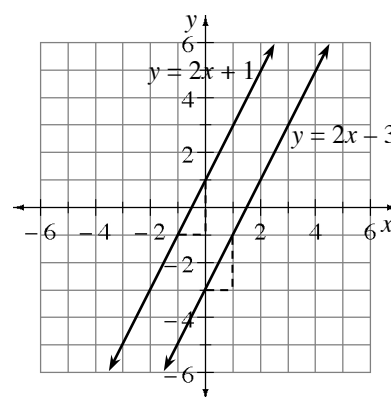


Ejemplo 3

Si se dibuja una recta en un conjunto de ejes, se puede dibujar un *triángulo de pendiente* entre dos puntos convenientes (normalmente donde se cruzan las rectas de la grilla), como se muestra en el gráfico de la derecha. Cuenta la distancia vertical (llamada Δy) y la distancia horizontal (llamada Δx) en los lados punteados del triángulo de pendiente. Escribe las distancias en una razón: pendiente = $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2}{3}$. El símbolo Δ significa cambios. El orden en la fracción es importante: el numerador (parte superior de la fracción) debe ser la distancia vertical y el denominador (parte inferior de la fracción) debe ser la distancia horizontal. La pendiente de una recta es constante; por lo tanto, la razón de la pendiente es la misma para dos puntos cualesquiera de una recta.



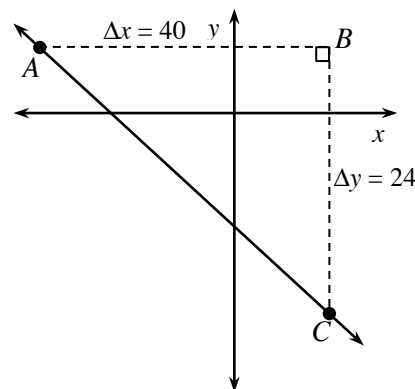
Las rectas paralelas tienen la misma inclinación y dirección, por lo tanto tienen la misma pendiente, como se observa en el gráfico de la derecha.



Si $\Delta y = 0$, entonces la recta es horizontal y tiene una pendiente de cero, es decir, $m = 0$. Si $\Delta x = 0$, entonces la recta es vertical y su pendiente es indefinida; por lo tanto, decimos que no tiene pendiente.

Ejemplo 4

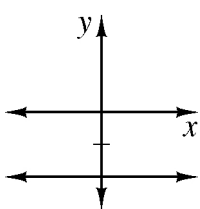
Cuando las distancias verticales y horizontales no son fáciles de determinar, puedes hallar la pendiente dibujando un triángulo de pendiente genérico y utilizándolo para hallar las longitudes de los segmentos vertical Δy y horizontal (Δx). La figura de la derecha muestra cómo hallar la pendiente de una recta que pasa por los puntos $(-21, 9)$ y $(19, -15)$. Primero grafica los puntos sobre ejes sin escala haciendo una aproximación de su ubicación, y luego dibuja un triángulo de pendiente. Luego, halla la distancia del lado vertical sabiendo que son 9 unidades desde el punto B hasta el eje x y luego 15 unidades desde el eje x hasta el punto C, entonces Δy es 24. Luego, halla la distancia desde el punto A hasta el eje y (21) y la distancia desde el eje y hasta el punto B (19). Δx es 40. Esta pendiente es negativa porque la recta baja de izquierda a derecha, entonces la pendiente es $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{24}{40} = -\frac{3}{5}$.



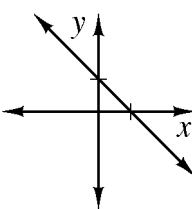
Problemas

¿La pendiente de cada recta es negativa, positiva, o cero?

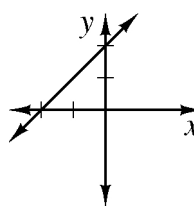
1.



2.



3.



Identifica la pendiente en cada ecuación. Indica si el gráfico de la recta es más inclinado o más plano que $y = x$ o $y = -x$, si sube o baja de izquierda a derecha, o si es horizontal o vertical.

4. $y = 3x + 2$

5. $y = -\frac{1}{2}x + 4$

6. $y = \frac{1}{3}x - 4$

7. $4x - 3 = y$

8. $y = -2 + \frac{1}{2}x$

9. $3 + 2y = 8x$

10. $y = 2$

11. $x = 5$

12. $6x + 3y = 8$

Sin graficar, encuentra la pendiente de cada recta basándote en la información dada.

13. $\Delta y = 27, \Delta x = -8$

14. $\Delta x = 15, \Delta y = 3$

15. $\Delta y = 7, \Delta x = 0$

16. Horizontal $\Delta = 6$
Vertical $\Delta = 0$

17. Entre $(5, 28)$ y $(64, 12)$

18. Entre $(-3, 2)$ y $(5, -7)$

Respuestas

1. cero

2. negativo

3. positivo

4. Pendiente = 3, más inclinada, arriba

5. Pendiente = $-\frac{1}{2}$, más plana, abajo

6. Pendiente = $\frac{1}{3}$, más plana, arriba

7. Pendiente = 4, más inclinada, arriba

8. Pendiente = $\frac{1}{2}$, más plana, arriba

9. Pendiente = 4, más inclinada, arriba

10. Pendiente = 0, horizontal

11. Pendiente indefinida, vertical

12. Pendiente = -2, más inclinada, abajo

13. $-\frac{27}{8}$

14. $\frac{3}{15} = \frac{1}{5}$

15. indefinida

16. 0

17. $-\frac{16}{59}$

18. $-\frac{9}{8}$

CÓMO ESCRIBIR UNA ECUACIÓN A PARTIR DE LA PENDIENTE Y UN PUNTO EN LA RECTA

2.3.1

En trabajos anteriores, los alumnos utilizaron las sustituciones en ecuaciones como $y = 2x + 3$ para hallar los pares de x e y que hacían que la ecuación fuera verdadera. Los alumnos registraron los pares en una tabla, y luego los utilizaron como coordenadas para graficar una recta. Cada punto (x, y) en la recta hace que la ecuación sea verdadera.

Luego, los alumnos utilizaron los patrones que vieron en las tablas y gráficos para reconocer y escribir ecuaciones en la forma de $y = mx + b$. La “ b ” representa el punto de corte con el eje y de la recta, la “ m ” representa la pendiente, mientras que x e y representan las coordenadas de cualquier punto en la recta. Cada recta tiene un valor único para m y un valor único para b , pero existen infinitos valores (x, y) para cada ecuación lineal.

La pendiente de la recta es la misma entre dos puntos cualesquiera de la recta. Podemos utilizar esta información para escribir ecuaciones sin crear tablas o gráficos.

Para obtener información adicional, consulta los recuadros de Apuntes de matemáticas en las Lecciones 2.2.2 y 2.2.3.

Ejemplo 1

¿Cuál es la ecuación de una recta con una pendiente de 2 que pasa por el punto $(10, 17)$?

Escribe la ecuación general de una recta.

$$y = mx + b$$

Sustituye los valores que conocemos: m , x , e y .

$$17 = 2(10) + b$$

$$17 = 20 + b$$

Halla b .

$$-3 = b$$

Escribe la ecuación completa usando los valores $m = 2$ and $b = -3$.

$$y = 2x + 3$$

Ejemplo 2

Este método algebraico puede ayudarnos a escribir ecuaciones de rectas paralelas. Las rectas paralelas jamás se cruzan ni se intersectan. Tienen la *misma* pendiente, pero *distintos* puntos de cortes con el eje y , b .

¿Cuál es la ecuación de una recta paralela a $y = 3x - 4$ que pasa por el punto $(2, 8)$?

Escribe la ecuación general de una recta.

$$y = mx + b$$

Sustituye los valores que conocemos: m , x , y y.

Dado que las rectas son paralelas,
las pendientes son iguales.

$$8 = 3(2) + b$$

$$8 = 6 + b$$

$$2 = b$$

Halla b .

Escribe la ecuación completa.

$$y = 3x + 2$$

Problemas

Escribe la ecuación de una recta con la pendiente dada que pasa por el punto indicado.

1. pendiente = 5, $(3, 13)$ 2. pendiente = $-\frac{5}{3}$, $(3, -1)$ 3. pendiente = -4, $(-2, 9)$

4. pendiente = $\frac{3}{2}$, $(6, 8)$ 5. pendiente = 3, $(-7, -23)$ 6. pendiente = 2, $(\frac{5}{2}, -2)$

Escribe la ecuación de una recta *paralela* a la recta dada que pasa por el punto dado.

7. $y = \frac{3}{5}x + 2$ $(0, 0)$ 8. $y = 4x - 1$ $(-2, -6)$ 9. $y = -2x + 5$ $(-4, -2)$

10. $y = 4x + 5$ $(-6, -28)$ 11. $y = \frac{1}{3}x - 1$ $(6, 9)$ 12. $y = 3x + 8$ $(0, \frac{1}{2})$

Respuestas

1. $y = 5x - 2$ 2. $y = -\frac{5}{3}x + 4$ 3. $y = -4x + 1$

4. $y = \frac{3}{2}x - 1$ 5. $y = 3x - 2$ 6. $y = 2x - 7$

7. $y = \frac{3}{5}x$ 8. $y = 4x + 2$ 9. $y = -2x - 10$

10. $y = 4x - 4$ 11. $y = \frac{1}{3}x + 7$ 12. $y = 3x + \frac{1}{2}$

CÓMO ESCRIBIR LA ECUACIÓN DE UNA RECTA A PARTIR DE DOS PUNTOS

2.3.2

Ahora los alumnos tienen todas las herramientas que necesitan para hallar la ecuación de una recta que pasa por dos puntos dados. Recuerda que la ecuación de una recta requiere una pendiente y un punto de corte con el eje y en $y = mx + b$. Los alumnos pueden escribir la ecuación de una recta que pasa por dos puntos creando un triángulo de pendiente y calculando $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ tal como se explica en las Lecciones 2.1.2 a 2.1.4.

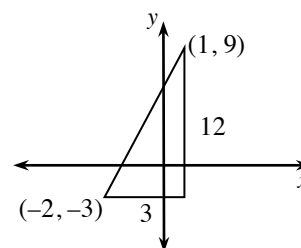
Para obtener más información, consulta el recuadro de Apuntes de matemáticas en la Lección 3.3.2. Si quieres ejercicios adicionales y más práctica, consulta el material del Punto de comprobación 5B.

Ejemplo 1

Escribe la ecuación de la recta que pasa por los puntos $(1, 9)$ y $(-2, -3)$.

Posiciona los dos puntos aproximadamente donde corresponden sobre los ejes de coordenadas, no es necesario que seas preciso. Dibuja un triángulo de pendiente genérico.

Calcula pendiente = $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{12}{3} = 4$ utilizando los valores dados de los dos puntos.



Escribe la ecuación general de una recta.

$$y = mx + b$$

Sustituye m y cualquiera de los puntos en la ecuación. Por ejemplo, usa $(x, y) = (1, 9)$ y $m = 4$.

$$9 = 4(1) + b$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{12}{3}$$

$$m = 4$$

Resuelve b .

$$5 = b$$

Escribe la ecuación completa.

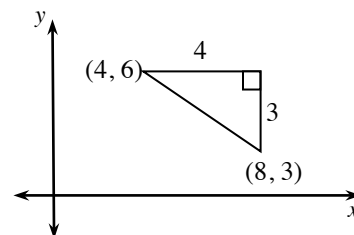
$$y = 4x + 5$$

Ejemplo 2

Escribe la ecuación de la recta que pasa por los puntos $(8, 3)$ y $(4, 6)$.

Dibuja un triángulo de pendiente genérico ubicado aproximadamente en los ejes de coordenadas. Aproxima las ubicaciones de los puntos dados.

Calcula $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{3}{4}$. La pendiente es negativa ya que la recta baja de izquierda a derecha.



Sustituye m y cualquiera de los puntos, por ejemplo $(8, 3)$, en la ecuación general de una recta.

$$y = mx + b$$

$$3 = -\frac{3}{4}(8) + b$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-3}{4}$$

$$m = -\frac{3}{4}$$

Resuelve b .

$$9 = b$$

Escribe la ecuación completa.

$$y = -\frac{3}{4}x + 9$$

Problemas

Escribe la ecuación de la recta que contiene cada par de puntos.

1. $(1, 1)$ y $(0, 4)$

2. $(5, 4)$ y $(1, 1)$

3. $(1, 3)$ y $(-5, -15)$

4. $(-2, 3)$ y $(3, 5)$

5. $(2, -1)$ y $(3, -3)$

6. $(4, 5)$ y $(-2, -4)$

7. $(1, -4)$ y $(-2, 5)$

8. $(-3, -2)$ y $(5, -2)$

9. $(-4, 1)$ y $(5, -2)$

Respuestas

1. $y = -3x + 4$

2. $y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$

3. $y = 3x$

4. $y = \frac{2}{5}x + 3\frac{4}{5}$

5. $y = -2x + 3$

6. $y = \frac{3}{2}x - 1$

7. $y = -3x - 1$

8. $y = -2$

9. $y = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$