

FACTORIZACIÓN DE EXPRESIONES CUADRÁTICAS

8.1.1 – 8.1.4

En el Capítulo 8, los alumnos aprenderán a reescribir expresiones cuadráticas y resolver ecuaciones cuadráticas. Las funciones cuadráticas son funciones que pueden ser escritas en forma $y = ax^2 + bx + c$ (donde $a \neq 0$) y, al graficarlas, crean una curva en forma de U que recibe el nombre de parábola.

Existen varios métodos que pueden usarse para resolver ecuaciones cuadráticas. Uno de ellos requiere factorizar primero la expresión cuadrática. En las Lecciones 8.1.1 a 8.1.4, los alumnos factorizarán expresiones cuadráticas.

En capítulos anteriores, los alumnos usaron azulejos algebraicos para crear “rectángulos genéricos” de expresiones cuadráticas. En la figura incluida a continuación, la base y la altura del rectángulo son $(x + 2)$ y $(x + 4)$. Ya que el área del rectángulo está dada por la fórmula (base)(altura) = área, el área del rectángulo a continuación puede ser expresada como un *producto*, $(x + 2)(x + 4)$. Pero las pequeñas piezas del rectángulo también integran su área, así que esta puede ser expresada como una *suma*, $4x + 8 + x^2 + 2x$, o $x^2 + 6x + 8$. Los alumnos escribieron: $(x + 2)(x + 4) = x^2 + 6x + 8$.

En la figura de la derecha, la base y la altura del rectángulo, que son $(x + 2)$ y $(x + 4)$, son *factores* de la expresión cuadrática $x^2 + 6x + 8$, ya que al multiplicar $(x + 2)$ y $(x + 4)$ obtenemos la expresión cuadrática $x^2 + 6x + 8$. Observa que $4x$ y $2x$ se hallan en una diagonal. Son términos similares y pueden ser combinados y escritos como $6x$.

		$+ 4$	
		$4x$	8
x	x	x^2	$2x$
	2	$x + 2$	

Los factores de $x^2 + 6x + 8$ son $(x + 2)$ y $(x + 4)$.

En un rectángulo genérico, los términos ax^2 y c siempre se hallan en una misma diagonal. En este ejemplo, el término ax^2 es $(1x^2)$ y el término c es la constante 8. El producto de esta diagonal es $1x^2 \cdot 8 = 8x^2$. Los dos términos x integran la otra diagonal y pueden ser combinados en una suma porque son términos semejantes. La b de una expresión cuadrática es la *suma* de los coeficientes de estos factores: $2x + 4x = 6x$, así que $b = 6$. El producto de esta otra diagonal es $(2x)(4x) = 8x^2$. *Observa que los productos de las dos diagonales siempre son equivalentes.* En el libro, los alumnos pueden llamar a esta regla “patrón de Casey”, por el personaje ficticio llamado Casey del problema 8-4.

Para factorizar una expresión cuadrática, los alumnos deben identificar los coeficientes de los dos términos x para que los productos de ambas diagonales sean equivalentes, y también que la suma de los dos términos x es igual a b . Los alumnos pueden usar un “problema de diamante” para organizar sus sumas y productos. Para más información sobre el uso de problemas de diamantes y rectángulos genéricos para factorizar expresiones cuadráticas, consulta el recuadro de Apuntes de matemáticas de la Lección 8.1.4.

Para más información, consulta los recuadros de Apuntes de matemáticas de las Lecciones 8.1.1 a 8.1.4. Para más ejemplos y ejercicios de práctica, consulta el material del Punto de Comprobación 10B al final del libro.

Ejemplo 1

Factoriza $x^2 + 7x + 12$.

Diagrama un rectángulo genérico.

Coloca x^2 y 12 en una diagonal.

	12
x^2	

Halla dos términos cuyo producto sea $12x^2$ y cuya suma sea $7x$. En este caso, $3x$ y $4x$ (los alumnos estudiaron esta situación como un “problema de diamante” en el Capítulo 1).

$3x$	12
x^2	$4x$

Escribe estos términos en la otra diagonal. Puedes incluir cualquiera de los términos en cualquier espacio.

Determina la base y la altura del rectángulo exterior usando las áreas de las piezas pequeñas y hallando el máximo factor común de cada fila y columna.

$+ 3$	$3x$	12
x	x^2	$4x$
	$x + 4$	

Escribe la suma como producto (forma factorizada).

$$x^2 + 7x + 12 = (x + 3)(x + 4)$$

Ejemplo 2

Factoriza $x^2 + 7x - 30$.

Diagrama un rectángulo genérico.

Coloca x^2 y -30 en una diagonal.

	-30
x^2	

Halla dos términos cuyo producto sea $-30x^2$ y cuya suma sea $7x$. En este caso, $-3x$ y $10x$.

$-3x$	-30
x^2	$10x$

Escribe estos términos en la otra diagonal. Puedes incluir cualquiera de los términos en cualquier espacio.

Determina la base y la altura del rectángulo exterior usando las áreas de las piezas pequeñas y hallando el máximo factor común de cada fila y columna.

-3	$-3x$	-30
x	x^2	$10x$
	$x - 10$	

Escribe la suma como producto (forma factorizada).

$$x^2 + 7x - 30 = (x - 3)(x + 10)$$

Ejemplo 3

Factoriza $x^2 - 15x + 56$.

Diagrama un rectángulo genérico.

	56
x^2	

Coloca x^2 y 56 en una diagonal.

$-8x$	56
x^2	$-7x$

Halla dos términos cuyo producto sea $56x^2$ y cuya suma sea $-15x$. Escribe estos términos en la otra diagonal.

-8	$-8x$	56
x	x^2	$-7x$
	$x - 7$	

Determina la base y la altura del rectángulo exterior usando las áreas de las piezas pequeñas y hallando el máximo factor común de cada fila y columna.

Escribe la suma como producto (forma factorizada).

$$x^2 - 15x + 56 = (x - 7)(x - 8)$$

Ejemplo 4

Factoriza $12x^2 - 19x + 5$.

Diagrama un rectángulo genérico.

$-15x$	5
$12x^2$	$-4x$

 $\rightarrow$

-5	$-15x$	5
$4x$	$12x^2$	$-4x$
	$3x - 1$	

Coloca $12x^2$ y 5 en una diagonal.

Halla dos términos cuyo producto sea $60x^2$ y cuya suma sea $-19x$. Escribe estos términos en la otra diagonal.

Halla la base y la altura del rectángulo. Verifica los signos de los factores.

Escribe la suma como producto (forma factorizada).

$$(3x - 1)(4x - 5) = 12x^2 - 19x + 5$$

Ejemplo 5

Factoriza $3x^2 + 21x + 36$.

Nota: si todos los términos presentan un factor común, este debe ser eliminado primero.

Por ejemplo, $3x^2 + 21x + 36 = 3(x^2 + 7x + 12)$.

Entonces $x^2 + 7x + 12$ puede ser factorizado en la forma usual, como en el Ejemplo.

$$x^2 + 7x + 12 = (x + 3)(x + 4).$$

Luego, ya que la expresión $3x^2 + 21x + 36$ tiene un factor de 3,

$$3x^2 + 21x + 36 = 3(x^2 + 7x + 12) = 3(x + 3)(x + 4).$$

Problemas

- | | | | |
|-------------------------|------------------------|----------------------|----------------------|
| 1. $x^2 + 5x + 6$ | 2. $2x^2 + 5x + 3$ | 3. $3x^2 + 4x + 1$ | 4. $3x^2 + 30x + 75$ |
| 5. $x^2 + 15x + 44$ | 6. $x^2 + 7x + 6$ | 7. $2x^2 + 22x + 48$ | 8. $x^2 + 4x - 32$ |
| 9. $4x^2 + 12x + 9$ | 10. $24x^2 + 22x - 10$ | 11. $x^2 + x - 72$ | 12. $3x^2 - 20x - 7$ |
| 13. $x^3 - 11x^2 + 28x$ | 14. $2x^2 + 11x - 6$ | 15. $2x^2 + 5x - 3$ | 16. $x^2 - 3x - 10$ |
| 17. $4x^2 - 12x + 9$ | 18. $3x^2 + 2x - 5$ | 19. $6x^2 - x - 2$ | 20. $9x^2 - 18x + 8$ |

Respuestas

- | | | | |
|------------------------|-------------------------|------------------------|------------------------|
| 1. $(x + 2)(x + 3)$ | 2. $(x + 1)(2x + 3)$ | 3. $(3x + 1)(x + 1)$ | 4. $3(x + 5)(x + 5)$ |
| 5. $(x + 11)(x + 4)$ | 6. $(x + 6)(x + 1)$ | 7. $2(x + 8)(x + 3)$ | 8. $(x + 8)(x - 4)$ |
| 9. $(2x + 3)(2x + 3)$ | 10. $2(3x - 1)(4x + 5)$ | 11. $(x - 8)(x + 9)$ | 12. $(x - 7)(3x + 1)$ |
| 13. $x(x - 4)(x - 7)$ | 14. $(x + 6)(2x - 1)$ | 15. $(x + 3)(2x - 1)$ | 16. $(x - 5)(x + 2)$ |
| 17. $(2x - 3)(2x - 3)$ | 18. $(3x + 5)(x - 1)$ | 19. $(2x + 1)(3x - 2)$ | 20. $(3x - 4)(3x - 2)$ |

ATAJOS DE FACTORIZACIÓN

8.1.5

Si bien la mayoría de los problemas de factorización pueden resolverse con rectángulos genéricos, existen dos patrones de factorización especiales que pueden resolverse mentalmente, si se los reconoce. Estos patrones reciben los nombres de **Diferencia de cuadrados** y **Trinomio cuadrado perfecto**. Los patrones generales son los siguientes:

Diferencia de cuadrados: $a^2x^2 - b^2y^2 = (ax + by)(ax - by)$

Trinomio cuadrado perfecto: $a^2x^2 + 2abxy + b^2y^2 = (ax + by)^2$

Ejemplo 1

Diferencias de cuadrados

$$x^2 - 49 = (x + 7)(x - 7)$$

$$4x^2 - 25 = (2x - 5)(2x + 5)$$

$$x^2 - 36 = (x + 6)(x - 6)$$

$$9x^2 - 1 = (3x - 1)(3x + 1)$$

Trinomios cuadrados perfectos

$$x^2 - 10x + 25 = (x - 5)^2$$

$$9x^2 + 12x + 4 = (3x + 2)^2$$

$$x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$$

$$4x^2 + 20x + 25 = (2x + 5)^2$$

Ejemplo 2

A veces, eliminar un factor común revela uno de estos patrones especiales:

$$8x^2 - 50y^2 \Rightarrow 2(4x^2 - 25y^2) \Rightarrow 2(2x + 5y)(2x - 5y)$$

$$12x^2 + 12x + 3 \Rightarrow 3(4x^2 + 4x + 1) \Rightarrow 3(2x + 1)^2$$

Problemas

Factoriza las siguientes diferencias de cuadrados:

- | | | |
|------------------|-------------------|------------------|
| 1. $x^2 - 16$ | 2. $x^2 - 25$ | 3. $64m^2 - 25$ |
| 4. $4p^2 - 9q^2$ | 5. $9x^2y^2 - 49$ | 6. $x^4 - 25$ |
| 7. $64 - y^2$ | 8. $144 - 25p^2$ | 9. $9x^4 - 4y^2$ |

Factoriza los siguientes trinomios cuadrados perfectos:

- | | | |
|---------------------------|-------------------------|-----------------------|
| 10. $x^2 + 4x + 4$ | 11. $y^2 + 8y + 16$ | 12. $m^2 - 10m + 25$ |
| 13. $x^2 - 4x + 16$ | 14. $a^2 + 8ab + 16b^2$ | 15. $36x^2 + 12x + 1$ |
| 16. $25x^2 - 30xy + 9y^2$ | 17. $9x^2y^2 - 6xy + 1$ | 18. $49x^2 + 1 + 14x$ |

Factoriza completamente:

- | | | |
|-------------------------|-------------------------|-----------------|
| 19. $9x^2 - 16$ | 20. $9x^2 + 24x + 16$ | 21. $9x^2 - 36$ |
| 22. $2x^2 + 8xy + 8y^2$ | 23. $x^2y + 10xy + 25y$ | 24. $8x^2 - 72$ |
| 25. $4x^3 - 9x$ | 26. $4x^2 - 8x + 4$ | 27. $2x^2 + 8$ |

Respuestas

- | | | |
|-----------------------------|-------------------------|-----------------------------|
| 1. $(x + 4)(x - 4)$ | 2. $(x + 5)(x - 5)$ | 3. $(8m + 5)(8m - 5)$ |
| 4. $(2p + 3q)(2p - 3q)$ | 5. $(3xy + 7)(3xy - 7)$ | 6. $(x^2 + 5)(x^2 - 5)$ |
| 7. $(8 + y)(8 - y)$ | 8. $(12 + 5p)(12 - 5p)$ | 9. $(3x^2 + 2y)(3x^2 - 2y)$ |
| 10. $(x + 2)^2$ | 11. $(y + 4)^2$ | 12. $(m - 5)^2$ |
| 13. no factorizable (primo) | 14. $(a + 4b)^2$ | 15. $(6x + 1)^2$ |
| 16. $(5x - 3y)^2$ | 17. $(3xy - 1)^2$ | 18. $(7x + 1)^2$ |
| 19. $(3x + 4)(3x - 4)$ | 20. $(3x + 4)^2$ | 21. $9(x + 2)(x - 2)$ |
| 22. $2(x + 2y)^2$ | 23. $y(x + 5)^2$ | 24. $8(x + 3)(x - 3)$ |
| 25. $x(2x + 3)(2x - 3)$ | 26. $4(x - 1)^2$ | 27. $2(x^2 + 4)$ |

USO DE LA PROPIEDAD DE PRODUCTO CERO**8.2.2 y 8.2.3**

El gráfico de una función cuadrática, una parábola, es una curva simétrica. Su punto más alto o más bajo recibe el nombre de vértice. El gráfico se crea usando la ecuación $y = ax^2 + bx + c$. Los alumnos han estado graficando parábolas sustituyendo x por distintos valores para hallar y . Este puede ser un proceso tedioso, especialmente si se desconoce el rango adecuado de valores de x . Si solo se necesita un diagrama rápido de la parábola, un método posible consiste en hallar primero los puntos de corte con el eje x , y luego el vértice y/o el punto de corte con el eje y . Para hallar los puntos de corte con el eje x , sustituye y por 0 y resuelve la ecuación cuadrática, $0 = ax^2 + bx + c$. Los alumnos aprenderán varios métodos para resolver ecuaciones cuadráticas en este capítulo y en el Capítulo 9. Un método de resolución utiliza la Propiedad de producto cero, es decir, el proceso de resolución por factorización. Este método se basa en dos ideas:

- (1) Cuando el producto de dos o más números es cero, entonces uno de los números también debe ser cero.
- (2) Algunas expresiones cuadráticas pueden ser factorizadas hasta obtener el producto de dos binomios.

Para más información, consulta el recuadro de Apuntes de matemáticas de la Lección 8.2.2.

Ejemplo 1

Halla los puntos de corte con el eje x de $y = x^2 + 6x + 8$.

Los puntos de corte con el eje x se encuentra en el gráfico donde $y = 0$, así que iguala la expresión cuadrática a cero y calcula x .

$$x^2 + 6x + 8 = 0$$

Factoriza la expresión cuadrática.

$$(x + 4)(x + 2) = 0$$

Iguala cada factor a 0.

$$(x + 4) = 0 \text{ o } (x + 2) = 0$$

Resuelve cada ecuación para hallar x .

$$x = -4 \text{ o } x = -2$$

Los puntos de corte con el eje x son $(-4, 0)$ y $(-2, 0)$.

Puedes verificar tus respuestas sustituyendo las variables de la ecuación original por los valores obtenidos.

$$(-4)^2 + 6(-4) + 8 \Rightarrow 16 - 24 + 8 \Rightarrow 0$$

$$(-2)^2 + 6(-2) + 8 \Rightarrow 4 - 12 + 8 \Rightarrow 0$$

Ejemplo 2

Resuelve $2x^2 + 7x - 15 = 0$.

Factoriza la expresión cuadrática. $(2x - 3)(x + 5) = 0$

Iguala cada factor a 0. $(2x - 3) = 0$ o $(x + 5) = 0$

Halla x en ambos casos. $2x = 3$ o $x = -5$

$$x = \frac{3}{2} \quad \text{o} \quad x = -5$$

Ejemplo 3

Si la expresión cuadrática no es igual a 0, reescríbela algebraicamente para que lo sea y luego usa la Propiedad de producto cero.

Resuelve $2 = 6x^2 - x$.

Iguala la ecuación a 0.

$$2 = 6x^2 - x$$

$$0 = 6x^2 - x - 2$$

Factoriza la expresión cuadrática.

$$0 = (2x + 1)(3x - 2)$$

Halla x en ambos casos.

$$(2x + 1) = 0 \quad \text{o} \quad (3x - 2) = 0$$

$$2x = -1 \quad \text{o} \quad 3x = 2$$

$$x = -\frac{1}{2} \quad \text{o} \quad x = \frac{2}{3}$$

Ejemplo 4

Resuelve $9x^2 - 6x + 1 = 0$.

Factoriza la expresión cuadrática.

$$9x^2 - 6x + 1 = 0$$

$$(3x - 1)(3x - 1) = 0$$

Halla x en ambos casos. Observa que los factores son iguales, así que solo habrá una solución.

$$(3x - 1) = 0$$

$$3x = 1$$

$$x = \frac{1}{3}$$

Problemas

Halla x .

1. $x^2 - x - 12 = 0$

2. $3x^2 - 7x - 6 = 0$

3. $x^2 + x - 20 = 0$

4. $3x^2 + 11x + 10 = 0$

5. $x^2 + 5x = -4$

6. $6x - 9 = x^2$

7. $6x^2 + 5x - 4 = 0$

8. $x^2 - 6x + 8 = 0$

9. $6x^2 - x - 15 = 0$

10. $4x^2 + 12x + 9 = 0$

11. $x^2 - 12x = 28$

12. $2x^2 + 8x + 6 = 0$

13. $2 + 9x = 5x^2$

14. $2x^2 - 5x = 3$

15. $x^2 = 45 - 4x$

Respuestas

1. $x = 4$ o -3

2. $x = -\frac{2}{3}$ o 3

3. $x = -5$ o 4

4. $x = -\frac{5}{3}$ o -2

5. $x = -4$ o -1

6. $x = 3$

7. $x = -\frac{4}{3}$ o $\frac{1}{2}$

8. $x = 4$ o 2

9. $x = -\frac{3}{2}$ o $\frac{5}{3}$

10. $x = -\frac{3}{2}$

11. $x = 14$ o -2

12. $x = -1$ o -3

13. $x = -\frac{1}{5}$ o 2

14. $x = -\frac{1}{2}$ o 3

15. $x = 5$ o -9

En la Lección 8.2.3, los alumnos descubrieron que, si la ecuación de una parábola está escrita en **forma de graficación**: $f(x) = (x - h)^2 + k$, el vértice puede ser visto fácilmente como (h, k) . Por ejemplo, el vértice de la parábola $f(x) = (x + 3)^2 - 1$ es $(-3, -1)$. Luego, los alumnos pueden igualar la función a cero para hallar los puntos de corte con el eje x : resolver $0 = (x + 3)^2 - 1$ para hallar los puntos de corte con el eje x . Si necesitas ayuda para resolver este tipo de ecuaciones, consulta la Página de Recursos de la Lección 8.2.3, disponible en cpm.org. Los alumnos pueden igualar $x = 0$ para hallar los puntos de corte con el eje y : $y = (0 + 3)^2 - 1$.

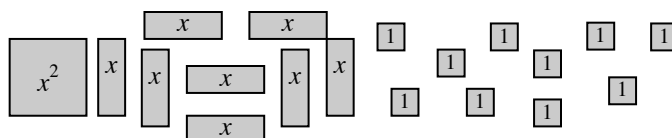
Cuando la ecuación de la parábola está dada en forma estándar: $f(x) = x^2 + bx + c$, podemos usar el método de **completar cuadrados** para convertirla de la forma estándar a la forma de graficación. Usamos azulejos algebraicos para visualizar el proceso.

Para más ejemplos y ejercicios de práctica con funciones cuadráticas en forma de graficación, consulta el material del Punto de comprobación 11 al final del libro.

Ejemplo 1 (usando azulejos algebraicos)

Completa el cuadrado para convertir $f(x) = x^2 + 8x + 10$ a su forma de graficación. Identifica el vértice y el punto de corte con el eje y , y dibuja un gráfico.

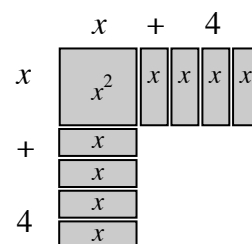
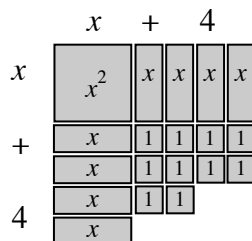
$f(x) = x^2 + 8x + 10$ se vería así:



Crea un cuadrado con los azulejos de la imagen de la derecha.

Se necesitan 16 azulejos de unidad para llenar la esquina, pero solo tenemos 10.

Incluye los 10 azulejos de unidad y dibuja el contorno del cuadrado completo.



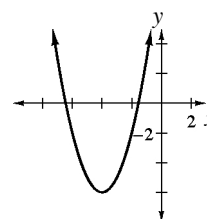
El **cuadrado completo** tendrá una base y una altura de $(x + 4)$, así que puede ser representado con la expresión cuadrática $(x + 4)^2$. Pero los azulejos de $x^2 + 8x + 10$ no forman un cuadrado completo: la expresión $x^2 + 8x + 10$ tiene seis azulejos menos que el cuadrado completo.

Entonces, $x^2 + 8x + 10$ es un cuadrado completo menos 6, o $(x + 4)^2$ menos 6.

Es decir:

$$x^2 + 8x + 10 = (x + 4)^2 - 6.$$

Dada la forma de graficación, el vértice es $(h, k) = (-4, -6)$. El punto de corte con el eje y es el punto en el que $x = 0$, así que $y = (0 + 4)^2 - 6 = 10$. El punto de corte con el eje x es $(0, 10)$, y puedes ver el gráfico a la derecha.



Ejemplo 2 (usando el proceso general)

Completa el cuadrado para convertir $f(x) = x^2 + 5x + 2$ a su forma de graficación. Identifica el vértice y el punto de corte con el eje y, y dibuja un gráfico.

Reescribe la expresión como: $f(x) = x^2 + 5x + 2$
 $f(x) = (x^2 + 5x + ?) + 2$

Convierte $(x^2 + 5x + ?)$ en un cuadrado perfecto tomando la mitad del coeficiente del término x y elevándola al cuadrado: $(\frac{5}{2})^2 = \frac{25}{4}$. Así obtienes $(x^2 + 5x + \frac{25}{4})$ que es un trinomio cuadrado perfecto.

Tenemos que escribir una función equivalente con $+\frac{25}{4}$, pero si sumamos $\frac{25}{4}$, también tenemos que restarlo:

$f(x) = x^2 + 5x + 2$ que puede ser reescrito como: $f(x) = (x + \frac{5}{2})^2 - \frac{17}{4}$.

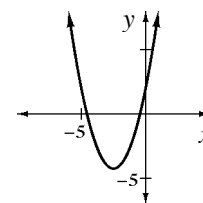
$$f(x) = (x^2 + 5x + \frac{25}{4}) + 2 - \frac{25}{4}$$

Ahora la función se halla en forma de graficación.

El vértice es $(-\frac{5}{2}, -\frac{17}{4})$ o $(-2.5, -4.25)$.

El punto de corte con el eje y se encuentra en el punto en que $x = 0$.

Así, $y = (0 + 2.5)^2 - 4.25 = 2$ y el punto de corte con el eje y es $(0, 2)$.



Si el proceso anterior no es claro, también puedes dibujar un rectángulo genérico de $x^2 + 5x + 2$ e imaginar que estás usando azulejos algebraicos.

$2.5x$	
x^2	$2.5x$

Debería haber $(-2.5)^2 = 6.25$ azulejos en la esquina superior derecha para completar el cuadrado. Pero la expresión $x^2 + 5x + 2$ solo incluye 2 azulejos de unidad. Esto quiere decir que nos faltan 4.25 azulejos de unidad. Entonces, nos falta 4.25 en el siguiente rectángulo:

$+ 2.5$	$2.5x$	
x	x^2	$2.5x$
	x	$+ 2.5$

Entonces, $(x + 2.5)^2$ menos 4.25 azulejos de unidad es equivalente a $x^2 + 5x + 2$, o,
 $x^2 + 5x + 2 = (x + 2.5)^2 - 4.25$.

Problemas

Completa el cuadrado para escribir cada una de las ecuaciones a continuación en forma de graficación. Luego menciona sus vértices.

1. $f(x) = x^2 + 6x + 7$

2. $f(x) = x^2 + 4x + 11$

3. $f(x) = x^2 + 10x$

4. $f(x) = x^2 + 7x + 2$

5. $f(x) = x^2 - 6x + 9$

6. $f(x) = x^2 + 3$

7. $f(x) = x^2 - 4x$

8. $f(x) = x^2 + 2x - 3$

9. $f(x) = x^2 + 5x + 1$

10. $f(x) = x^2 - \frac{1}{3}x$

Respuestas

1. $f(x) = (x + 3)^2 - 2; (-3, -2)$

2. $f(x) = (x + 2)^2 + 7; (-2, 7)$

3. $f(x) = (x + 5)^2 - 25; (-5, -25)$

4. $f(x) = (x + 3.5)^2 - 10.25; (-3.5, -10.25)$

5. $f(x) = (x - 3)^2; (3, 0)$

6. $f(x) = x^2 + 3; (0, 3)$

7. $f(x) = (x - 2)^2 - 4; (2, -4)$

8. $f(x) = (x + 1)^2 - 4; (-1, -4)$

9. $f(x) = (x + \frac{5}{2})^2 - \frac{21}{4}; (-\frac{5}{2}, -\frac{21}{4})$

10. $f(x) = (x - \frac{1}{6})^2 - \frac{1}{36}; (\frac{1}{6}, -\frac{1}{36})$