

Tasas y tasas unitarias

APOYO GUIADO DE COMPETENCIAS

Resumen

Una tasa es una razón que describe cómo cambia una cantidad con respecto a otra cantidad. Una tasa unitaria es una tasa que compara el cambio en una cantidad con un cambio de 1 unidad en otra cantidad.

Para obtener más información, consulta los recuadros de Métodos y significados de la Lección 7.1.3 del *Curso 1 de Core Connections en español*.

Ejemplos

- Una receta de arroz usa 6 tazas de arroz para 15 personas. A la misma tasa, ¿cuánto arroz se necesita para 40 personas?

Se muestran tres métodos para calcular esta tasa. Cada método muestra que se necesitan 16 tazas de arroz para 40 personas.

UNO GIGANTE

Para cambiar la escala de 15 a 40 personas usando un Uno Gigante, resuelve $15 \times ? = 40$, que es $\frac{40}{15}$.

$$\frac{6 \text{ tazas}}{15 \text{ personas}} = \frac{? \text{ tazas}}{40 \text{ personas}} \rightarrow \frac{6}{15} \cdot \frac{40}{15} = \frac{16 \text{ tazas}}{40 \text{ personas}}$$

TABLA DE RAZONES

Arroz (tazas)	Número de personas
6	15
2	5
16	40

$\div 3$ (de 6 a 2)
 $\times 8$ (de 2 a 16)
 $\div 3$ (de 15 a 5)
 $\times 8$ (de 5 a 40)

RECTA NUMÉRICA DOBLE

ARROZ (tazas)



NÚMERO DE PERSONAS

2. Un tren en Francia recorrió 932 millas en 5 horas. ¿Cuál es la tasa unitaria en millas por hora?

Se muestran tres métodos para calcular esta tasa. Cada método muestra que la tasa unitaria es de 186.4 millas por hora.

UNO GIGANTE

La tasa unitaria significa que el denominador debe ser 1 hora: $\frac{932 \text{ millas}}{5 \text{ horas}} = \frac{? \text{ millas}}{1 \text{ hora}}$. Para determinar el numerador y el denominador del Uno Gigante, resuelve $5 \times ? = 1$, que es $\frac{1}{5}$ o 0.2.

$$\frac{932}{5} \cdot \frac{0.2}{0.2} = \frac{186.4 \text{ millas}}{1 \text{ hora}}$$

TABLA DE RAZONES

Distancia (millas)	Tiempo (horas)
932	5
1,864	10
186.4	1

$\times 2$
 $\div 10$

RECTA NUMÉRICA DOBLE

DISTANCIA (millas)



TIEMPO (horas)

3. Ordena las siguientes tasas de menor a mayor.

Tasa A: 30 millas en 25 minutos Tasa B: 60 millas en 1 hora Tasa C: 70 millas en $1\frac{2}{3}$ horas

Modificar cada tasa para que tengan un denominador común hará que sean más fáciles de comparar. En este caso, se elige 60 minutos como denominador común.

$$\text{Tasa A: } \frac{30 \text{ millas}}{25 \text{ minutos}} \cdot \frac{2.4}{2.4} = \frac{72 \text{ millas}}{60 \text{ minutos}}$$

$$\text{Tasa B: } \frac{60 \text{ millas}}{1 \text{ hora}} = \frac{60 \text{ millas}}{60 \text{ minutos}}$$

$$\text{Tasa C: } \frac{70 \text{ millas}}{1\frac{2}{3} \text{ horas}} = \frac{70 \text{ millas}}{100 \text{ minutos}} \cdot \frac{0.6}{0.6} = \frac{42 \text{ millas}}{60 \text{ minutos}}$$

El orden de las tasas de menor a mayor es: C, B, A.

Ten en cuenta que al usar 60 minutos (1 hora) como unidad común para comparar velocidades, cada velocidad puede expresarse como una tasa unitaria en millas por hora (mph): Tasa A = 72 mph, Tasa B = 60 mph y Tasa C = 42 mph.

Práctica

Resuelve cada problema de tasas. Explica tu método.

1. Balvina sabe que 6 tazas de arroz español alcanzan para 15 personas. ¿Cuántas tazas de arroz se necesitan para dar de comer a 135 personas?
2. A Elaine le gusta trabajar en su huerto después de la escuela. Puede plantar 6 flores en 15 minutos. ¿Cuántas flores podría plantar en 135 minutos a la misma tasa?
3. Shane es un ciclista competitivo. Para mantener la ventaja competitiva, necesita practicar ciclismo de larga distancia.
 - a. Shane recorrió 32 millas en bicicleta en 2 horas. A esta velocidad (tasa), ¿cuántas millas recorrería en 5 horas?
 - b. Otro día, Shane montó su bicicleta la misma velocidad que en la parte (a). A esta velocidad (tasa), ¿cuánto tardaría en recorrer 28 millas?
4. Un avión recorre 23 millas en 3 minutos.
 - a. ¿Cuántas millas recorre en una hora?
 - b. A esta velocidad (tasa), ¿cuánto tardaría el avión en recorrer 2,990 millas?
5. En algunas ciudades, es más cómodo y mejor para el medioambiente ir al trabajo en transporte público que en auto. Alice gasta \$25.50 semanales en transporte público. Betty gasta $\frac{1}{12}$ de su paga quincenal de \$1,260 cada 2 semanas en transporte público, y Cindy gasta \$96 al mes (4 semanas) en transporte público. Ordena a las personas de mayor a menor gasto a la semana.

Respuestas

1. 54 tazas
2. 54 flores
3. a. 80 millas b. 1.75 horas
4. a. 460 millas b. 6.5 horas
5. Cindy (\$24 a la semana), Alice (\$25.50 a la semana), Betty (\$52.50 a la semana)

Dividiendo decimales

APOYO GUIADO DE COMPETENCIAS

Resumen

Cuando divides decimales o números enteros por un decimal, multiplica el divisor y el dividendo usando un exponente de 10 en un Uno Gigante. A continuación, sigue los pasos de la división por un número entero no negativo. A veces, es necesario añadir ceros al número que se está dividiendo para completar la división.

$$\begin{array}{r} \text{cociente} \\ \text{divisor} \overline{) \text{dividendo}} \end{array}$$

Para obtener más ejemplos y práctica, consulta el material del Punto de control 8B del *Curso 1 de Core Connections en español*. Para obtener más información sobre la división de números enteros, consulta el Apoyo guiado de competencias del Capítulo 6. Para obtener más información sobre la multiplicación de decimales, consulta el Apoyo guiado de competencias del Capítulo 5.

Ejemplos

1. Divide 32.4 por 8.

$$\frac{32.4}{8} \cdot \frac{10}{10} = \frac{324}{80}$$

$$\begin{array}{r} 4.05 \\ 80 \overline{) 324.00} \\ \underline{- 320} \downarrow \\ 4.0 \downarrow \\ \underline{- 0.0} \downarrow \\ 4.00 \downarrow \\ \underline{- 4.00} \\ 0 \end{array}$$

2. Divide 27.42 por 1.2.

Primero, multiplica cada número por 10^2 o 100.

$$\frac{27.42}{1.2} \cdot \frac{100}{100} = \frac{2,742}{120}$$

$$1.2 \overline{) 27.42} \rightarrow 120 \overline{) 2,742} \rightarrow 120 \overline{) 2,742.00}$$

$$\begin{array}{r} 22.85 \\ 120 \overline{) 2,742.00} \\ \underline{- 2,400} \downarrow \\ 342 \downarrow \\ \underline{- 240} \downarrow \\ 102.0 \downarrow \\ \underline{- 96.0} \downarrow \\ 6.00 \downarrow \\ \underline{- 6.00} \\ 0 \end{array}$$

Práctica

Divide. Redondea las respuestas a la centésima más cercana, si es necesario.

- | | | | | | | | |
|----|-------------------|-----|--------------------|-----|-------------------|-----|--------------------|
| 1. | $18.32 \div 5$ | 2. | $147.3 \div 6$ | 3. | $100.32 \div 24$ | 4. | $53.6 \div 0.004$ |
| 5. | $1.32 \div 0.032$ | 6. | $46.3 \div 0.011$ | 7. | $25.46 \div 5.05$ | 8. | $7.035 \div 0.005$ |
| 9. | $306.4 \div 3.2$ | 10. | $6.042 \div 0.006$ | 11. | $500 \div 0.004$ | 12. | $420 \div 0.05$ |

Respuestas

- | | | | | | | | |
|----|-------|-----|----------|-----|---------|-----|--------|
| 1. | 3.664 | 2. | 24.55 | 3. | 4.18 | 4. | 13,400 |
| 5. | 41.25 | 6. | 4,209.09 | 7. | 5.04 | 8. | 1,407 |
| 9. | 95.75 | 10. | 1,007 | 11. | 125,000 | 12. | 8,400 |

Usando la propiedad distributiva con variables

APOYO GUIADO DE COMPETENCIAS

Resumen

Las variables son letras o símbolos que se usan para representar uno o más números. Las expresiones algebraicas contienen variables, números y operaciones (por ejemplo, suma, división, exponentes, etc.).

Las expresiones algebraicas pueden reescribirse en formas equivalentes. Dos estrategias comunes para reescribir expresiones algebraicas son el uso de la propiedad distributiva y la reducción de términos semejantes.

Para usar la propiedad distributiva, reescribe $a(b + c)$ como $ab + ac$, o viceversa.

- Para reescribir el producto $a(b + c)$ como suma, “distribuye” el multiplicador, a multiplicándolo por cada término entre paréntesis para obtener $ab + ac$.
- Para reescribir la suma $ab + ac$ como un producto, divide cada término por un factor común, a , y escribe el factor fuera del paréntesis para obtener $a(b + c)$.

Ejemplos

Reescribe cada expresión usando la propiedad distributiva.

1. $3(d + 4)$

$$\begin{aligned} &3(d + 4) \\ &= (3 \cdot d) + (3 \cdot 4) \\ &= 3d + 12 \end{aligned}$$

2. $4(x + 3y + 1)$

$$\begin{aligned} &4(x + 3y + 1) \\ &= (4 \cdot x) + (4 \cdot 3y) + 4(1) \\ &= 4x + 12y + 4 \end{aligned}$$

3. $5k + 40$

$$\begin{aligned} &5k + 40 \\ &= 5 \cdot k + 5 \cdot 8 \\ &= 5(k + 8) \end{aligned}$$

Práctica

Reescribe cada expresión usando la propiedad distributiva.

- | | | |
|---------------------|---------------------|--------------------|
| 1. $3(m + 6)$ | 2. $5(m + 6)$ | 3. $5(k + 6)$ |
| 4. $5k + 20$ | 5. $5(k + 6 + 3y)$ | 6. $5(k + 6 + 3k)$ |
| 7. $5k + 6 - 3k$ | 8. $10k - 15$ | 9. $3k + 15$ |
| 10. $10p + 15 + 3$ | 11. $2(15 + 3p)$ | 12. $12x + 15$ |
| 13. $10p + 15 - 5p$ | 14. $10p + 15 + 5p$ | 15. $7(2x + 3p)$ |

Respuestas

- | | | |
|-----------------|--------------------|----------------------------------|
| 1. $3m + 18$ | 2. $5m + 30$ | 3. $5k + 30$ |
| 4. $5(k + 4)$ | 5. $5k + 30 + 15y$ | 6. $5k + 30 + 15k$ or $20k + 30$ |
| 7. $2(k + 3)$ | 8. $5(2k - 3)$ | 9. $3(k + 5)$ |
| 10. $2(5p + 9)$ | 11. $30 + 6p$ | 12. $3(4x + 5)$ |
| 13. $5(p + 3)$ | 14. $15(p + 1)$ | 15. $14x + 21p$ |

Escribiendo y resolviendo ecuaciones

APOYO GUIADO DE COMPETENCIAS

Resumen

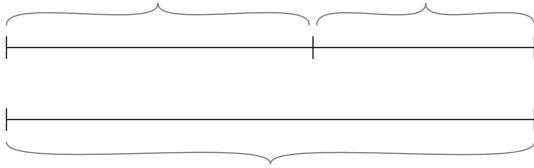
Resolver una ecuación significa determinar el valor o valores de la variable que verifican la ecuación. Una solución a una ecuación es un número que, cuando se sustituye por la variable, hace que el lado izquierdo de la ecuación sea igual al lado derecho.

Para obtener más información, consulta el recuadro de Métodos y significados de la Lección 7.3.4 del *Curso 1 de Core Connections en español*.

Ejemplos

Escribe una ecuación que represente cada situación y determina el valor de la variable.

1.



$$x + 10 = 32$$

$$x + 10 - 10 = 32 - 10$$

$$x = 22$$



$$x + 10 = 32$$

$$22 + 10 = 32$$

$$32 = 32$$

verdadera

La resta deshace la suma.

La solución a la ecuación es $x = 22$.

Verifica la solución sustituyendo x por 22 en la ecuación original y asegurándote de que la ecuación sea verdadera.

2. Zeke tiene 45 canciones descargadas en su lista de reproducción preferida. Incluye solo canciones de pop y de hip-hop. En la lista, tiene el doble de canciones de hip-hop que de pop. ¿Cuántas canciones de hip-hop hay en su lista de reproducción preferida?

Sea x = el número de canciones de pop

$2x$ = número de canciones de hip-hop

$$x + 2x = 45$$

$$3x = 45$$

$$3x \div 3 = 45 \div 3$$

$$x = 15$$



$$x + 2x = 45$$

$$(15) + 2(15) = 45$$

$$15 + 30 = 45$$

$$45 = 45$$

verdadera

Reduce términos semejantes.

La división deshace la multiplicación.

La solución a la ecuación es $x = 15$.

Verifica la solución sustituyendo x por 15 en la ecuación original y asegurándote de que la ecuación sea verdadera.

Como $x = 15$ y el número de canciones de hip-hop equivale a $2x$, Zeke tiene 30 canciones de hip-hop en su lista de reproducción preferida.

Para este problema, también puedes considerar que sea x = el número de canciones de hip-hop, y entonces $12x$ representaría el número de canciones de pop.

Resuelve cada ecuación.

3. $x + \frac{4}{11} = \frac{1}{2}$

La variable x se suma a $\frac{4}{11}$. La operación de resta deshace la suma.

$$\begin{aligned} x + \frac{4}{11} &= \frac{1}{2} \\ -\frac{4}{11} &- \frac{4}{11} \\ x &= \frac{1}{2} - \frac{4}{11} \\ x &= \frac{3}{22} \end{aligned}$$

Verifica la solución usando $\frac{3}{22}$ para sustituir x en la ecuación original y asegurándote de que la ecuación sea verdadera.

$$\begin{aligned} x &= \frac{3}{22} \\ \downarrow \\ x + \frac{4}{11} &= \frac{1}{2} \\ \frac{3}{22} + \frac{4}{11} &= \frac{1}{2} \\ \frac{3}{22} + \frac{8}{22} &= \frac{1}{2} \\ \frac{11}{22} &= \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} &= \frac{1}{2} \\ \text{verdadera} \end{aligned}$$

4. $5.7x = 26.22$

La variable x se multiplica por 5.7. La operación de división deshace la multiplicación.

$$\begin{aligned} 5.7x &= 26.22 \\ \frac{5.7x}{5.7} &= \frac{26.22}{5.7} \\ x &= 26.22 \div 5.7 \end{aligned}$$

Usa la división larga para resolver.

$$\begin{aligned} x &= 26.22 \div 5.7 \\ \downarrow \\ 5.7 \overline{)26.22} \\ \downarrow \\ 57 \overline{)262.2} \\ &\underline{-228.0} \\ &34.2 \\ &\underline{-34.2} \\ &0 \\ \downarrow \\ x &= 4.6 \end{aligned}$$

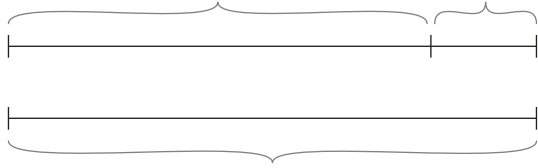
Verifica la solución sustituyendo x por 4.6 en la ecuación original y asegurándote de que la ecuación sea verdadera.

$$\begin{aligned} x &= 4.6 \\ \downarrow \\ 5.7x &= 26.22 \\ 5.7(4.6) &= 26.22 \\ 26.22 &= 26.22 \\ \text{verdadera} \end{aligned}$$

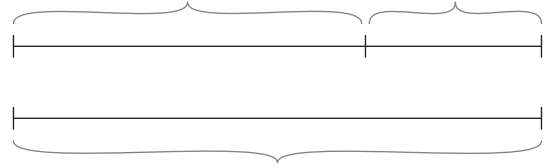
Práctica

Escribe una ecuación que represente cada situación y después determina el valor de la variable.

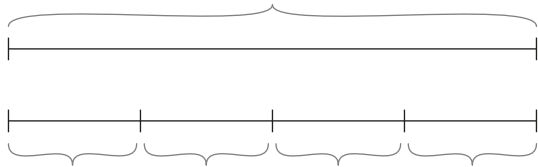
1.



2.



3.



Resuelve cada ecuación para aislar la variable.

4. $x + 7 = 9$

5. $y - 2 = 3$

6. $3y = 24$

7. $\frac{m}{2} = 6$

8. $2 = 11x$

9. $4x + x = 25$

10. $m - 7 = 16$

11. $x + 9 = 30$

12. $3 + y = 9$

13. $\frac{k}{4} = 7$

14. $\frac{x}{13} = 4$

15. $17 = m + 11$

16. $y + \frac{3}{2} = 12$

17. $9c = 72$

Respuestas

1. $x + 3 = 25; x = 22$

2. $2x + x = 18; x = 6$

3. $4n = 28; n = 7$

4. $x = 2$

5. $y = 5$

6. $y = 8$

7. $m = 12$

8. $x = \frac{2}{11}$

9. $5x = 25; x = 5$

10. $m = 23$

11. $x = 21$

12. $y = 6$

13. $k = 28$

14. $x = 52$

15. $m = 6$

16. $y = 10\frac{1}{2}$ o 10.5

17. $c = 8$

Graficando y resolviendo desigualdades

APOYO GUIADO DE COMPETENCIAS

Resumen

La solución de una desigualdad hace referencia a todos los valores de la variable que la satisfacen. La solución se puede representar como una semirrecta o segmento en una recta numérica con puntos críticos sólidos o abiertos. Un punto crítico sólido indica que el punto está incluido en la solución ($\leq$ o $\geq$), mientras que un punto crítico abierto indica que no forma parte de la solución ($<$ o $>$).

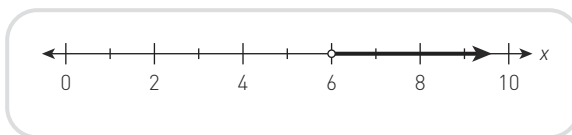
Símbolo	Significado en palabras
$<$	Menor que
$\leq$	Menor o igual a
$>$	Mayor que
$\geq$	Mayor o igual a

Para obtener más información, consulta el recuadro de Métodos y significados de la Lección 7.3.5 del *Curso 1 de Core Connections en español*.

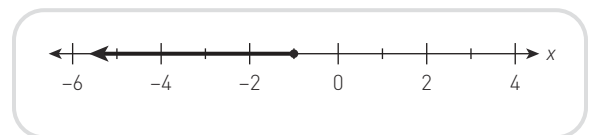
Ejemplos

1. Representa la solución de cada desigualdad en rectas numéricas.

a. $x > 6$



b. $x \leq -1$



c. $y \geq -2$



2. Resuelve cada desigualdad y representa la solución en una recta numérica.

a. $m + 2 \leq 9$

b. $2x > 6$

Determina el punto crítico:

$$\begin{aligned} m + 2 &= 9 \\ m &= 7 \end{aligned}$$

Dibuja una recta numérica. Coloca un punto sólido en 7.



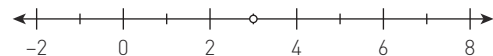
La solución es $m \leq 7$.



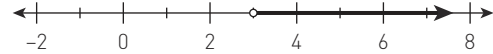
Determina el punto crítico:

$$\begin{aligned} 2x &= 6 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

Dibuja una recta numérica. Coloca un punto abierto en 3.



La solución es $x > 3$.



En los ejemplos 3–5, escribe una desigualdad que represente cada situación.

3. Los nuevos modelos de autobuses escolares amarillos pueden llevar, como máximo, 48 personas.

“Como máximo” indica que los autobuses pueden llevar 48 personas o menos. Por lo tanto, se debe usar el signo de desigualdad $\leq$.

Si x representa el número de pasajeros, entonces $x \leq 48$.

4. Para subir a la mayoría de las atracciones de un parque de diversiones, es necesario medir más de 36 pulgadas.

“Medir más de” indica que debe usarse el signo de desigualdad $>$.

Si x representa la altura en pulgadas, entonces $x > 36$.

5. Quedan menos de 30 días en el año escolar.

“Menos de” indica que se debe usar el signo de desigualdad $<$.

Si x representa el número de días, entonces $x < 30$.

Práctica

Representa la solución de cada desigualdad en rectas numéricas.

1. $m < 2$ 2. $x \leq -1$ 3. $y \geq 3$ 4. $m > -9$ 5. $x \leq 3$

Resuelve cada desigualdad y representa la solución en una recta numérica.

6. $x + 3 > 8$ 7. $y - 3 \leq 5$ 8. $3x \leq 6$ 9. $4m \geq 12$ 10. $17 < y + 13$
11. $8 \geq 2m$

Escribe una desigualdad para representar cada situación. Grafica la desigualdad.

12. Este año escolar, Giona quiere leer al menos 18 libros.
13. Las entradas para el juego de fútbol americano de la escuela cuestan, como máximo, \$10.
14. El viaje a la playa no lleva más de 3 horas.
15. La batería de un teléfono dura menos de 14 horas.

Respuestas

