

Áreas de cuadriláteros y triángulos

APOYO GUIADO DE COMPETENCIAS

Para obtener más ayuda con las competencias, consulta el Apoyo guiado de competencias del Capítulo 9 del *Curso 1 de Core Connections en español*. Para obtener más ejemplos y práctica, consulta el problema 1-40 y el material del Punto de control 1 del *Curso 2 de Core Connections en español*.

Probabilidad simple

APOYO GUIADO DE COMPETENCIAS

Resumen

Los siguientes términos son útiles al trabajar con modelos de probabilidad:

- **Resultado:** Cualquier consecuencia posible o real de la acción considerada, como sacar un número específico al lanzar un dado.
- **Evento:** Un resultado o un grupo de resultados de un experimento.
- **Espacio de muestra:** Todos los resultados posibles de una situación. Por ejemplo, el espacio de muestra para lanzar un dado estándar tiene seis resultados posibles: (1, 2, 3, 4, 5 y 6).
- **Probabilidad:** La posibilidad de que ocurra un evento. Las probabilidades se pueden escribir como fracciones, decimales o porcentajes. Un evento que es seguro que pase tiene una probabilidad de 1 o 100 %. Un evento que es imposible tiene una probabilidad de 0 o 0 %. Los eventos que son posibles, pero no seguros, tienen probabilidades entre 0 y 1, o entre 0 % y 100 %. Normalmente, cuantas más posibilidades haya de que ocurra un evento, mayor es la probabilidad.
- **Probabilidad experimental:** La probabilidad basada en datos recopilados en experimentos.

$$\text{Probabilidad experimental} = \frac{\text{número de resultados exitosos en el experimento}}{\text{número total de resultados en el experimento}}$$

- **Probabilidad teórica:** Probabilidad calculada que se basa en los resultados posibles cuando todos tienen la misma posibilidad de ocurrir:

$$\text{Probabilidad teórica} = \frac{\text{número de resultados (eventos) exitosos posibles}}{\text{número total de resultados posibles}}$$

- **Éxito:** Un resultado deseado o específico.

Ejemplos

1. Si lanzas un dado imparcial de 6 caras, ¿qué es $P(3)$? Es decir, ¿cuál es la probabilidad de que saques un 3?

Como es igualmente probable que salgan los seis lados y solo hay un 3,
 $P(3) = \frac{1}{6}$.

3. Joe lanzó una moneda 50 veces. Cuando anotó sus lanzamientos, el resultado fue 30 caras y 20 cruces. La actividad de Joe proporcionó datos para calcular la probabilidad experimental de lanzar una moneda.

- a. ¿Cuál es la probabilidad *teórica* de que Joe obtenga cara?

La probabilidad teórica es 50 %, o $\frac{1}{2}$, porque solo hay dos posibilidades (cara o cruz), y cada una es igualmente probable que ocurra.

- b. ¿Cuál fue la probabilidad *experimental* de lanzar una moneda y obtener cara según la actividad de Joe?

La probabilidad experimental es $\frac{30}{50}$, $\frac{3}{5}$, o 60 %. Estos son los resultados que Joe obtuvo realmente cuando lanzó la moneda.

2. Hay 12 canicas en una bolsa: 2 transparentes, 4 verdes, 5 amarillas y 1 azul. Si se elige aleatoriamente una canica de la bolsa, ¿cuál es la probabilidad de que sea amarilla?

$$P(\text{amarillo}) = \frac{\text{números de canicas amarillas}}{\text{número de canicas}} = \frac{5}{12}$$

4. Determina si estas frases describen probabilidades teóricas o experimentales.

- a. La probabilidad de sacar un 6 en un dado imparcial es $\frac{1}{6}$.

Esta probabilidad es teórica.

- b. Lancé el dado 12 veces y salió 5 tres veces.

Esta probabilidad es experimental.

- c. Hay 15 canicas en una bolsa: 5 azules, 6 amarillas y 4 verdes. La probabilidad de sacar una canica azul es $\frac{1}{3}$.

Esta probabilidad es teórica.

- d. Cuando Veronika sacó tres canicas de la bolsa, obtuvo 2 amarillas y 1 azul, o $\frac{2}{3}$ amarillas, $\frac{1}{3}$ azul.

Esta probabilidad es experimental.

Práctica

1. Hay 24 crayones en una caja: 5 negros, 3 blancos, 7 rojos, 2 amarillos, 3 azules y 4 verdes. ¿Cuál es la probabilidad de que aleatoriamente escojas un crayón verde? ¿Es esta una probabilidad experimental o teórica?
2. Una ruleta se divide en cuatro secciones iguales numeradas 2, 4, 6 y 8. ¿Cuál es la probabilidad de que salga un 8?
3. Se lanza un dado imparcial con los números 1, 2, 3, 4, 5 y 6. Tyler lanzó el dado 40 veces y notó que 26 veces salió un número par. ¿Cuál es la probabilidad experimental de que salga un número par? ¿Cuál es la probabilidad teórica?
4. Sara está en un picnic y, sin mirar, mete la mano en una hielera para sacar una lata de refresco. Si hay 14 latas de refresco de naranja, 12 latas de ponche de frutas y 10 latas de bebida cola, ¿cuál es la probabilidad de que saque una lata de ponche de frutas? ¿Es esta una probabilidad experimental o teórica?
5. En béisbol, el promedio de bateo es la probabilidad de que una persona golpee la pelota al batear. Si una persona que juega béisbol tiene un promedio de bateo de 0.266, significa que la probabilidad de que consiga un hit es 0.266. ¿Es el promedio de bateo una probabilidad experimental o una probabilidad teórica?
6. En 2011, 26 personas murieron y 187 resultaron heridas tras ser alcanzadas por un rayo. Había unas 314,000,000 personas en Estados Unidos. ¿Cuál era la probabilidad de ser una de las personas alcanzadas por un rayo?
7. En un estudio médico, a 107 personas se les dio una nueva pastilla de vitaminas. Si una persona participante enfermaba, la sacaban del estudio. 10 de las personas participantes tuvieron un resfriado, 2 tuvieron gripe, 18 tuvieron malestar estomacal y 77 no enfermaron. ¿Cuál fue la probabilidad de que una persona participante enfermara durante el estudio? ¿Es esta una probabilidad experimental o teórica?
8. Las compañías de seguros usan probabilidades para determinar la tarifa que cobrarán por una póliza de seguro. En un estudio de 300 personas con seguro de vida, 111 personas tenían más de 80 años cuando murieron, 82 personas murieron entre los 70 y los 80 años, 52 murieron entre los 60 y los 70 años, y 55 murieron antes de cumplir 60 años. En este estudio, ¿cuál es la probabilidad de morir antes de cumplir 70 años? ¿Es esta una probabilidad experimental o teórica?

Respuestas

1. $\frac{4}{24} = \frac{1}{6}$; teórica

3. Experimental = $\frac{26}{40} = \frac{13}{20}$; teórica = $\frac{20}{40} = \frac{1}{2}$

5. Experimental

7. $\frac{10 + 2 + 18}{107} \approx 0.28$; experimental

2. $\frac{1}{4}$; teórica

4. $\frac{12}{36} = \frac{1}{3}$; teórica

6. $\frac{213}{314,000,000} \approx 0.00000068$; experimental

8. $\frac{55 + 52}{300} \approx 35.7\%$; experimental

Medidas de tendencia central

APOYO GUIADO DE COMPETENCIAS

Resumen

Las medidas de tendencia central son números que establecen o se aproximan al “centro” de un conjunto de datos, es decir, un valor “común” que describe dicho conjunto. La media y la mediana son las medidas del centro más comunes.

La media es el promedio aritmético de un conjunto de datos. Para calcular la media, suma todos los valores de un conjunto y divide esta suma por el número de valores del conjunto.

La mediana es el número del medio en un conjunto de datos ordenados numéricamente. Si hay un número par de valores, la mediana es la media (promedio) de los dos números del medio.

Para obtener más información, consulta los recuadros de Métodos y significados de las Lecciones 1.1.3 y 1.1.4 del *Curso 2 de Core Connections en español*.

Ejemplos

1. Calcula la *media* para este conjunto de datos: 34, 31, 37, 44, 38, 34, 42, 34, 43 y 41.

$$34 + 31 + 37 + 44 + 38 + 34 + 42 + 34 + 43 + 41 = 378$$

$$\frac{378}{10} = 37.8$$

La media de este conjunto de datos es 37.8.

2. Calcula la *mediana* para este conjunto de datos: 34, 31, 37, 44, 38, 34, 43 y 41.

Ordena los datos: 31, 34, 34, 37, 38, 41, 43, 44.

Determina los valores del medio: 37 y 38.

Como hay dos valores del medio, calcula su media: $37 + 38 = 75$, entonces $\frac{75}{2} = 37.5$. La mediana de este conjunto de datos es 37.5.

Práctica

Calcula la media para cada conjunto de datos.

1. 29, 28, 34, 30, 33, 26, 34
2. 25, 34, 35, 27, 31, 30
3. 80, 89, 79, 84, 95, 79, 78, 89, 76, 82, 76, 92, 89, 81, 123
4. 116, 104, 101, 111, 100, 107, 113, 118, 113, 101, 108, 109, 105, 103, 91

Calcula la mediana para cada conjunto de datos.

5. 29, 28, 34, 30, 33, 26, 34
6. 25, 34, 27, 25, 31, 30
7. 80, 89, 79, 84, 95, 79, 78, 89, 76, 82, 76, 92, 89, 81, 123
8. 116, 104, 101, 111, 100, 107, 113, 118, 113, 101, 108, 109, 105, 103, 91

Respuestas

- | | | | |
|--------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 1. ≈ 30.57 | 2. $30.\overline{3}$ | 3. $86.\overline{13}$ | 4. $106.\overline{6}$ |
| 5. 30 | 6. 28.5 | 7. 82 | 8. 107 |

Eligiendo una escala

APOYO GUIADO DE COMPETENCIAS

Resumen

El eje (o los ejes) de una gráfica debe marcarse con espacios del mismo tamaño, llamados intervalos. Marcar intervalos uniformes en los ejes se llama marcar la escala de los ejes. La diferencia entre las marcas consecutivas indica el tamaño (la escala) de cada intervalo. Ten en cuenta que cada eje de una gráfica bidimensional puede usar una escala diferente.

En ocasiones, no se proporciona el eje o el conjunto de ejes. Sigue estos pasos para marcar la escala de cada eje en la gráfica.

1. Calcula la diferencia entre los números más pequeños y más grandes (el rango) que necesitas mostrar en un eje.
2. Cuenta el número de intervalos (espacios) que tienes en el eje.
3. Divide el rango por el número de intervalos para determinar el tamaño de cada intervalo.
4. Identifica las marcas en el eje sumando el tamaño del intervalo al número más pequeño del rango y repitiendo el proceso para cada intervalo.

A veces, dividir el rango por el número de intervalos genera un tamaño de intervalo que dificulta interpretar la ubicación de los puntos en la gráfica. Es posible que sea necesario redondear el intervalo hacia arriba (siempre hacia arriba) a un número que sea más conveniente de usar. Los tamaños de intervalo como 1, 2, 5, 10, 20, 25, 50, 100, etc. funcionan.

Para obtener más información, consulta el recuadro de Métodos y significados de la Lección 1.2.2 del *Curso 2 de Core Connections en español*.

Ejemplos

1. 

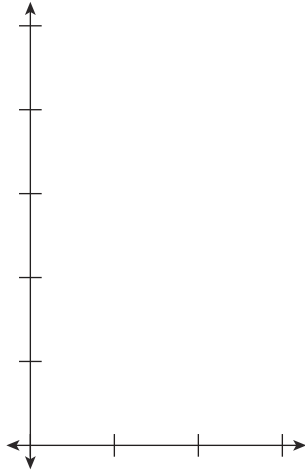
1. La diferencia entre 0 y 60 es 60.
2. La recta numérica está dividida en 5 intervalos iguales.
3. 60 dividido por 5 es 12.
4. Las marcas están identificadas con múltiplos del tamaño de intervalo, 12.



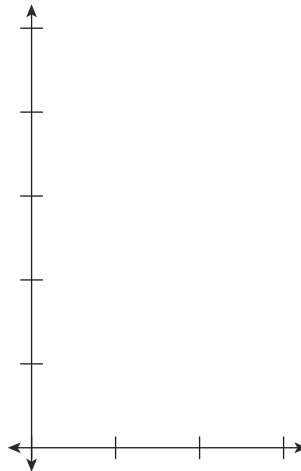
2. 

1. La diferencia entre 300 y 0 es 300.
2. Hay 4 intervalos.
3. $300 \div 4 = 75$
4. El eje está marcado con múltiplos de 75.



3.

1. La diferencia en el eje vertical y es $750 - 0 = 750$ (el origen es $(0, 0)$). La diferencia en el eje horizontal x es $6 - 0 = 6$.
2. Hay 5 espacios en el eje y y 3 espacios en el eje x .
3. El tamaño del intervalo vertical es $750 \div 5 = 150$. El tamaño del intervalo horizontal es $6 \div 3 = 2$.
4. El eje y está marcado con múltiplos de 150 y el eje x está marcado con múltiplos de 2.



4. 

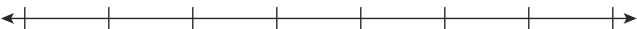
A veces, los ejes se extienden en dirección negativa.

1. El rango es $20 - (-15) = 35$.
2. Hay 7 intervalos en la recta.
3. $35 \div 7 = 5$
4. Marca los ejes con múltiplos de 5.



Práctica

Completa la escala para cada eje.

1. 

2. 

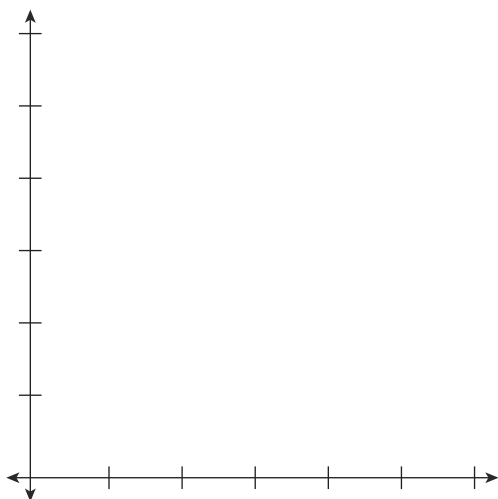
3. 

4. 

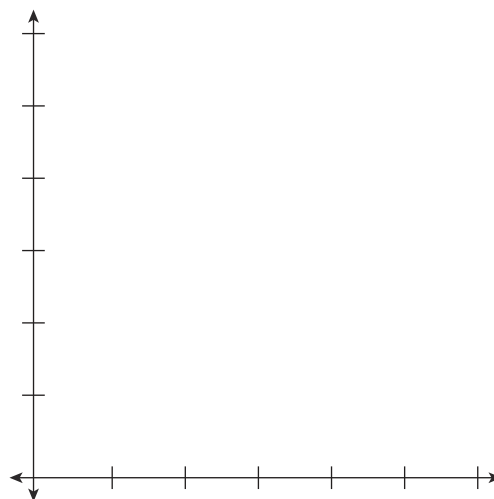
5. 

6. 

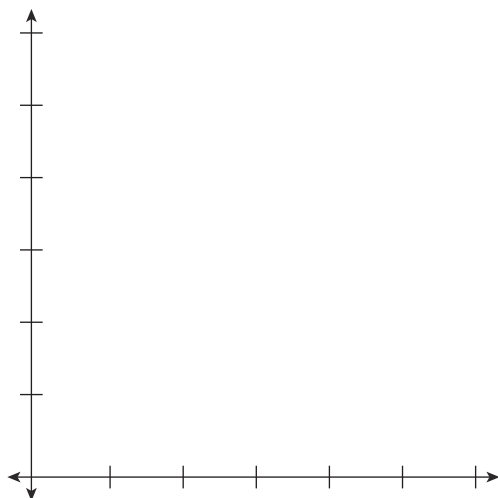
7.



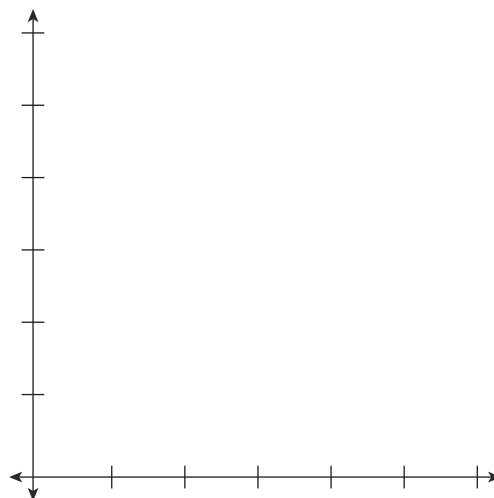
8.



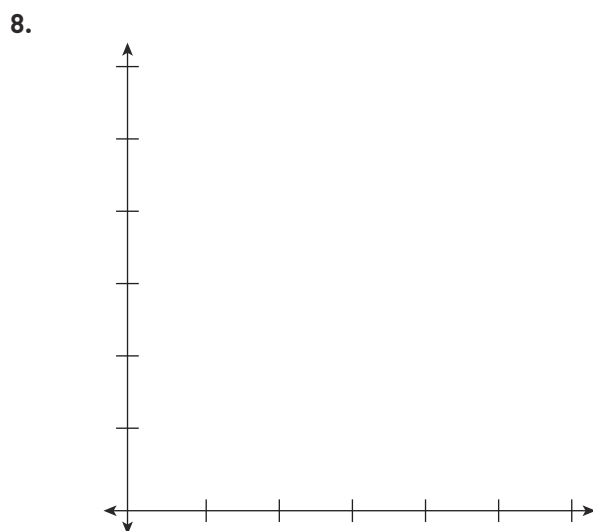
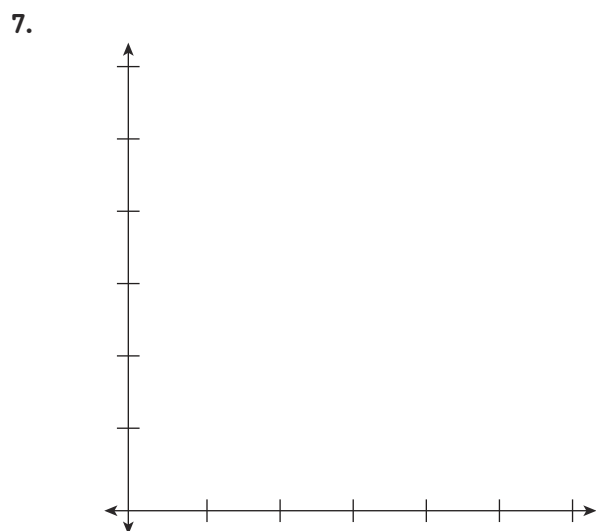
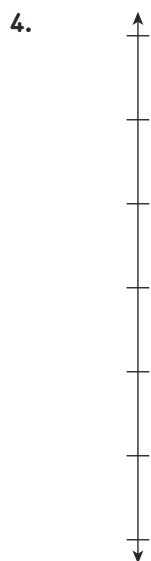
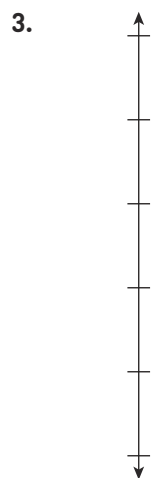
9.



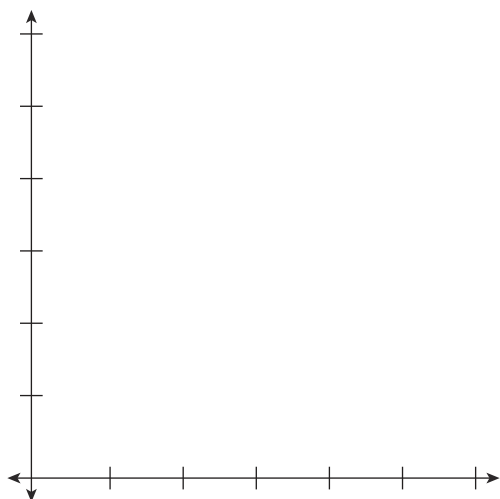
10.



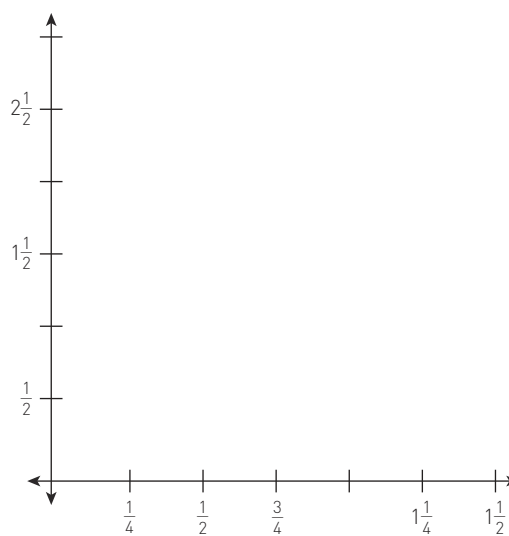
Respuestas



9.



10.



Fracciones equivalentes

APOYO GUIADO DE COMPETENCIAS

Resumen

Las fracciones que representan el mismo valor se llaman fracciones equivalentes, como $\frac{2}{3}$ y $\frac{6}{9}$. Un método para escribir fracciones equivalentes es usar la identidad multiplicativa, es decir, multiplicar la fracción dada por una forma del número 1, como $\frac{2}{2}$, $\frac{5}{5}$, etc. En este curso, una fracción como esta se llama “Uno Gigante”. Multiplicar por 1 no cambia el valor de un número; esto está indicado en la propiedad de identidad de la multiplicación.

Para obtener más información, consulta los recuadros de Métodos y significados de las Lecciones 1.2.5 y 1.2.8 del *Curso 2 de Core Connections en español*.

Ejemplos

1. Escribe tres fracciones equivalentes para $\frac{1}{2}$.

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{2} = \frac{2}{4}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{3} = \frac{3}{6}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{4} = \frac{4}{8}$$

2. Usa un Uno Gigante para escribir una fracción equivalente a $\frac{7}{12}$ que tenga un denominador de 96. ¿Qué Uno Gigante usas?

$$\frac{7}{12} \cdot \frac{\quad}{\quad} = \frac{?}{96}$$

Como $\frac{96}{12} = 8$, el Uno Gigante es $\frac{8}{8}$.

$$\frac{7}{12} \cdot \frac{8}{8} = \frac{56}{96}$$

Práctica

Usa el Uno Gigante para escribir la fracción equivalente especificada. Tu respuesta debe incluir el Uno Gigante que usaste y el numerador equivalente.

1. $\frac{4}{3} \cdot \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{15}$

2. $\frac{5}{9} \cdot \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{36}$

3. $\frac{9}{2} \cdot \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{38}$

4. $\frac{3}{7} \cdot \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{28}$

5. $\frac{5}{3} \cdot \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{18}$

6. $\frac{6}{5} \cdot \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{15}$

Respuestas

$$1. \quad \frac{4}{3} \cdot \boxed{\frac{5}{5}} = \frac{20}{15}$$

$$2. \quad \frac{5}{9} \cdot \boxed{\frac{4}{4}} = \frac{20}{36}$$

$$3. \quad \frac{9}{2} \cdot \boxed{\frac{19}{19}} = \frac{171}{38}$$

$$4. \quad \frac{3}{7} \cdot \boxed{\frac{4}{4}} = \frac{12}{28}$$

$$5. \quad \frac{5}{3} \cdot \boxed{\frac{6}{6}} = \frac{30}{18}$$

$$6. \quad \frac{6}{5} \cdot \boxed{\frac{3}{3}} = \frac{18}{15}$$

Sumando y restando fracciones

APOYO GUIADO DE COMPETENCIAS

Resumen

Para sumar o restar dos fracciones con el mismo denominador (el número de abajo), basta con sumar o restar los numeradores (los números de arriba) y dejar el denominador igual. Por ejemplo, $\frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$.

Si las fracciones tienen denominadores diferentes, reescríbelas primero como fracciones con el mismo denominador. Dos métodos para sumar y restar fracciones con denominadores diferentes son usar un modelo de área y usar la identidad multiplicativa (Uno gigante).

MÉTODO DEL MODELO DE ÁREA

Las fracciones pueden representarse como porciones sombreadas de un rectángulo. El método del modelo de área consiste en crear denominadores comunes usando rectángulos para representar cada fracción dividiéndolos y sombreándolos en porciones iguales.

Los pasos del método del modelo de área son:

1. Se representa cada fracción con un rectángulo sombreado. Se divide uno de los rectángulos verticalmente en un número igual de partes según el primer denominador (el número de abajo). Se divide el otro rectángulo horizontalmente según el segundo denominador. Se somborean varias partes en cada rectángulo para representar el numerador (el número de arriba). Se marca cada rectángulo con la fracción que representa.
2. Se superponen las líneas de un rectángulo sobre el otro, como si un rectángulo se colocara encima del otro. Se reescriben las fracciones cambiando los numeradores para que coincidan con el número de partes sombreadas en cada figura y los denominadores para que coincidan con el nuevo número total de partes iguales.
3. Se suman o se restan las partes equivalentes para determinar la suma o la diferencia.

MÉTODO DE LA PROPIEDAD DE IDENTIDAD DE LA MULTIPLICACIÓN (UNO GIGANTE)

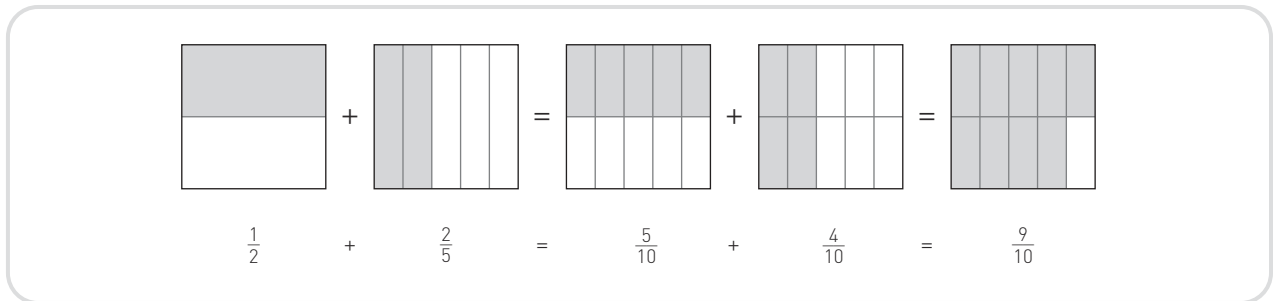
El Uno Gigante es una representación del número 1 y se conoce en matemáticas como la identidad multiplicativa. Es una fracción que tiene el mismo numerador y denominador ($\frac{3}{3}$, por ejemplo). Multiplicar por un Uno Gigante permite crear denominadores comunes.

Los pasos del método del Uno Gigante son:

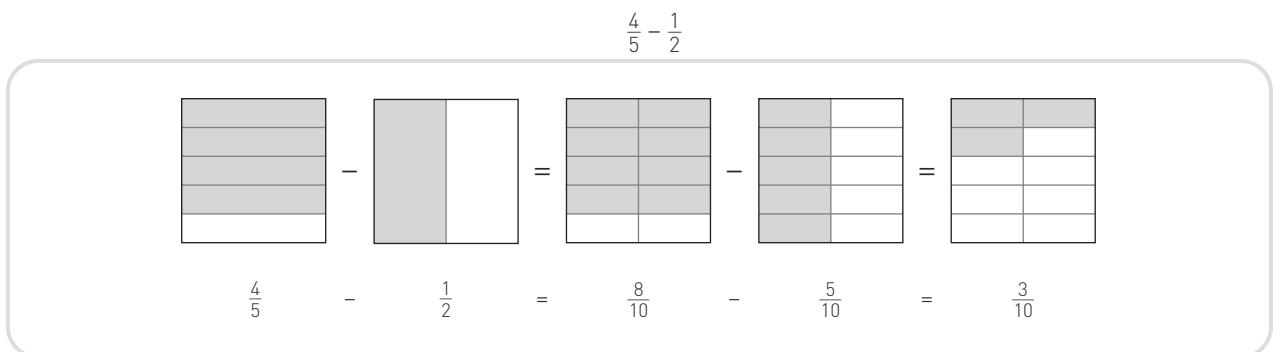
1. Se reescriben las fracciones como fracciones equivalentes que tengan un denominador común.
2. Se suman o se restan únicamente los numeradores, manteniendo el denominador común.
3. Reescribir usando los términos mínimos.

Ejemplos

1. Suma $\frac{1}{2} + \frac{2}{5}$ usando un modelo de área.



2. Usa un modelo de área para calcular la resta.



3. Usa el método del Uno Gigante para calcular la suma.

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$$

Multiplica $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{4}$ por Unos Gigantes para obtener un denominador común.

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{3} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12}$$

Suma los numeradores de ambas fracciones para obtener la suma.

$$\frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$$

4. Usa el método del Uno Gigante para calcular la resta.

$$\frac{5}{6} - \frac{1}{4}$$

Multiplica $\frac{5}{6}$ y $\frac{1}{4}$ por Unos Gigantes para obtener un denominador común.

$$\frac{5}{6} \cdot \frac{2}{2} - \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{3} = \frac{10}{12} - \frac{3}{12}$$

Resta los numeradores de ambas fracciones para obtener la respuesta.

$$\frac{10}{12} - \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$$

Práctica

Usa el método del modelo de área para sumar o restar las siguientes fracciones.

1. $\frac{3}{4} + \frac{1}{5}$

2. $\frac{1}{3} + \frac{2}{7}$

3. $\frac{3}{4} - \frac{2}{3}$

Usa el Uno Gigante para sumar o restar las siguientes fracciones.

4. $\frac{1}{3} + \frac{2}{5}$

5. $\frac{4}{5} - \frac{1}{3}$

6. $\frac{3}{4} - \frac{1}{5}$

Resuelve cada suma o resta. Usa el método que prefieras.

7. $\frac{1}{6} + \frac{2}{3}$

8. $\frac{3}{8} + \frac{2}{5}$

9. $\frac{1}{4} + \frac{3}{7}$

10. $\frac{2}{9} + \frac{3}{4}$

11. $\frac{5}{12} + \frac{1}{3}$

12. $\frac{7}{9} - \frac{2}{3}$

13. $\frac{3}{4} + \frac{1}{3}$

14. $\frac{5}{6} + \frac{2}{3}$

15. $\frac{7}{8} + \frac{1}{4}$

16. $\frac{6}{7} - \frac{2}{3}$

17. $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$

18. $\frac{3}{5} + \frac{3}{4}$

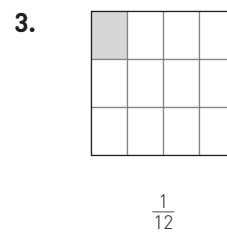
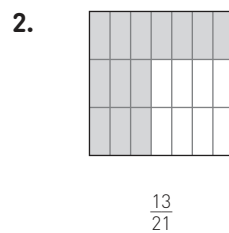
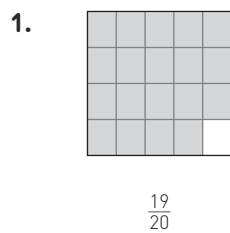
19. $\frac{5}{5} - \frac{3}{4}$

20. $\frac{3}{4} - \frac{1}{3}$

21. $\frac{2}{5} + \frac{9}{15}$

22. $\frac{2}{3} - \frac{3}{5}$

Respuestas



4. $\frac{11}{15}$

5. $\frac{7}{15}$

6. $\frac{11}{20}$

7. $\frac{5}{6}$

8. $\frac{31}{40}$

9. $\frac{19}{28}$

10. $\frac{35}{36}$

11. $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

12. $\frac{1}{9}$

13. $\frac{13}{12} = 1\frac{1}{12}$

14. $\frac{9}{6} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$

15. $\frac{9}{8} = 1\frac{1}{8}$

16. $\frac{4}{21}$

17. $\frac{1}{12}$

18. $\frac{27}{20} = 1\frac{7}{20}$

19. $\frac{1}{4}$

20. $\frac{5}{12}$

21. $\frac{15}{15} = 1$

22. $\frac{1}{15}$