

Dibujando figuras a escala y factor de escala

APOYO GUIADO DE COMPETENCIAS

Resumen

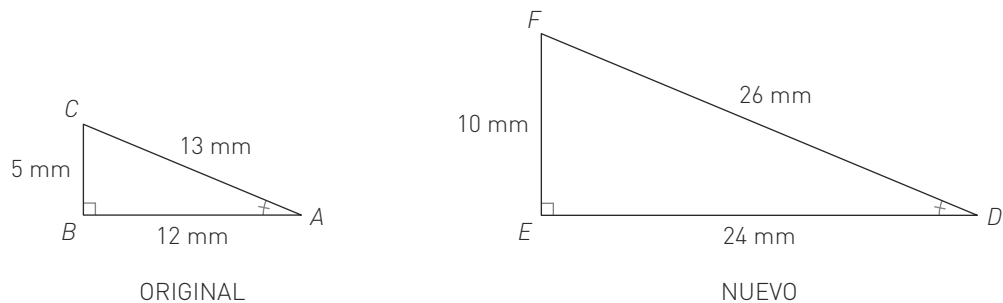
Las figuras geométricas pueden hacerse más pequeñas o más grandes de manera que todas las longitudes de la figura se reduzcan o se agranden al multiplicarlas por el mismo número (proporcionalmente), y las medidas de los ángulos correspondientes permanezcan iguales.

La razón de dos lados correspondientes de la figura original y la nueva se denomina “factor de escala”. La razón de cada par de lados correspondientes es la misma. Es habitual representar el factor de escala como una fracción con las nuevas medidas de la figura sobre sus medidas originales, es decir, $\frac{\text{nueva}}{\text{original}}$.

Para obtener más información, consulta el recuadro de Métodos y significados de la Lección 4.1.2 del *Curso 2 de Core Connections en español*.

Ejemplos

1. El triángulo original se agrandó para crear el nuevo triángulo. ¿Cuál es el factor de escala?



Las razones de las longitudes de lado correspondientes son $\frac{DE}{AB} = \frac{24}{12} = \frac{2}{1}$, $\frac{FD}{CA} = \frac{26}{13} = \frac{2}{1}$, y $\frac{FE}{CB} = \frac{10}{5} = \frac{2}{1}$. El factor de escala para la longitud es 2 a 1 o $\frac{2}{1}$ o 200 %.

2. Las figuras A y B son copias a escala. Suponiendo que la figura A es la figura original, determina el factor de escala y las longitudes de los lados que faltan de la figura B.

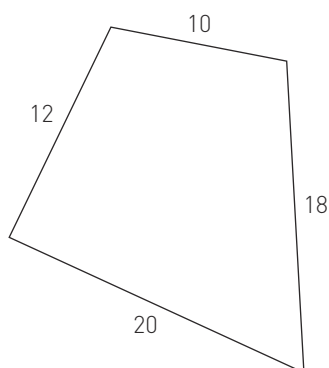


FIGURA A



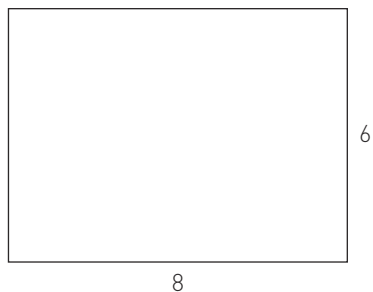
FIGURA B

Elige un par de lados correspondientes y escribe una razón en el orden $\frac{\text{nueva}}{\text{original}}$ para determinar el factor de escala. El factor de escala puede escribirse como $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$. Las longitudes de los lados que faltan de la figura B pueden determinarse multiplicando las longitudes de lado de la figura A por el factor de escala: $\frac{1}{4}(10) = 2.5$, $\frac{1}{4}(18) = 4.5$, y $\frac{1}{4}(20) = 5$.

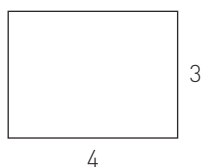
Práctica

Determina el factor de escala para cada par de figuras agrandadas o reducidas en los problemas 1 a 4.

1.

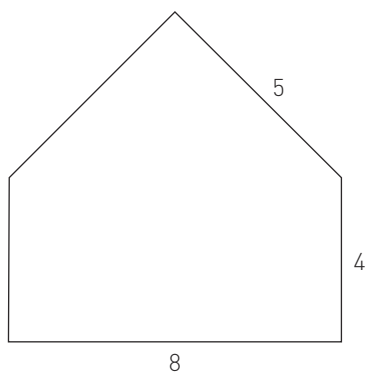


ORIGINAL

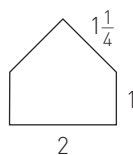


NUEVO

2.

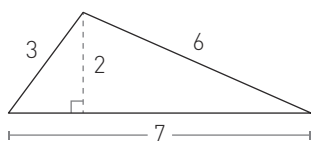


ORIGINAL

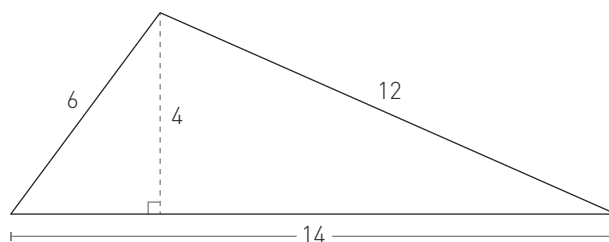


NUEVO

3.



ORIGINAL

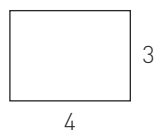


NUEVO

4.



ORIGINAL



NUEVO

5. Un triángulo tiene longitudes de lado de 5, 12 y 13 unidades. El triángulo se agrandó en un factor de escala del 300 %.
- a. ¿Cuáles son las longitudes de los lados del triángulo nuevo?
 - b. ¿Cuál es la razón del perímetro del triángulo nuevo al perímetro del triángulo original?
6. Un rectángulo tiene una longitud de 60 cm y un ancho de 40 cm. Se usa un factor de escala del 25 % para crear las dimensiones de un rectángulo nuevo.
- a. ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo nuevo?
 - b. ¿Cuál es la razón del perímetro del rectángulo nuevo al perímetro del rectángulo original?

Respuestas

1. $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

2. $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

3. $\frac{2}{1}$

4. $\frac{1}{3}$

5. a. 15, 36, 39

6. a. 15 cm y 10 cm

b. $\frac{3}{1}$

b. $\frac{1}{4}$

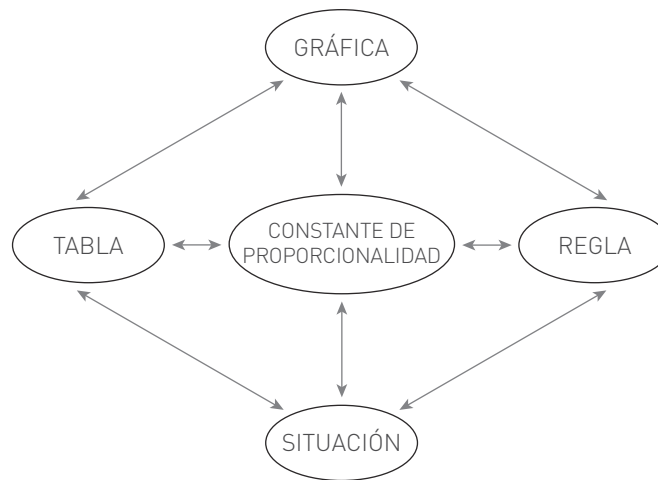
Relaciones proporcionales

APOYO GUIADO DE COMPETENCIAS

Resumen

Una proporción es una ecuación que establece que dos razones son iguales. Por ejemplo, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, donde b y d no son cero.

Una relación es una relación proporcional si, para cada par ordenado (x, y) , la razón $\frac{y}{x}$ es constante (el mismo valor). Las relaciones proporcionales se pueden representar con situaciones, gráficas, tablas y ecuaciones.



Situación: Describe una relación entre dos cantidades como una razón.

Tabla: Pueden verse razones equivalentes de $\frac{y}{x}$ (o $\frac{x}{y}$) en una tabla.

Gráfica: Una línea recta que pasa por el origen.

Ecuación: Una ecuación con la forma $y = kx$, donde k es la **constante de proporcionalidad**.

Para obtener más información, consulta los recuadros de Métodos y significados de las lecciones 4.2.4 y 7.2.2 del *Curso 2 de Core Connections en español*. Para obtener más ejemplos y práctica, consulta el material del Punto de control 9 del *Curso 2 de Core Connections en español*.

Ejemplos

Determina si cada relación en los problemas 1 a 4 es proporcional.

1. $\frac{4}{48}$ y $\frac{6}{72}$

$$\frac{4}{48} \cdot \frac{1}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{12} \quad \frac{6}{72} \cdot \frac{1}{\frac{1}{6}} = \frac{1}{12}$$

Ambas fracciones son equivalentes a $\frac{1}{12}$, entonces la relación es proporcional.

2. (6, 15), (2, 5), (7, 17.5)

$$\frac{15}{6} = 2.5 \quad \frac{5}{2} = 2.5 \quad \frac{17.5}{7} = 2.5$$

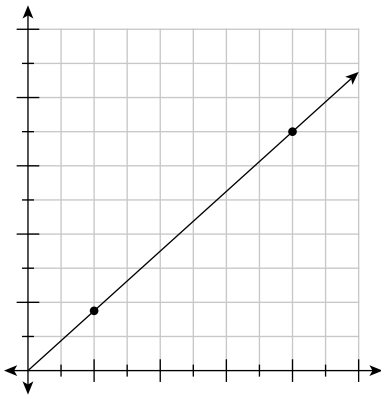
La razón $\frac{y}{x}$ es la misma para cada punto, por lo que la relación es proporcional.

3.

x	10	20	30
y	4	8	12

La razón $\frac{y}{x}$ es $\frac{5}{2}$ para cada punto, por lo que la relación es proporcional.

4.

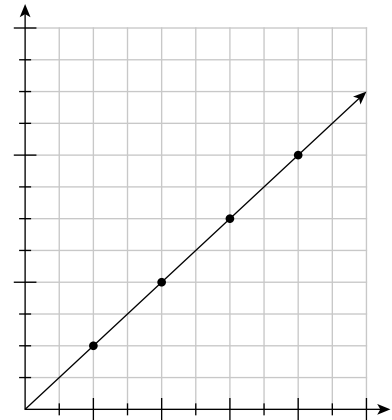


La gráfica es lineal y pasa por el origen, por lo que representa una relación proporcional. Además, la razón $\frac{y}{x}$ es la misma para cada punto: $\frac{7}{8} = \frac{1.75}{2}$.

5. Una receta de batido lleva 2 tazas de helado para cuatro porciones. Determina la tasa unitaria y crea una tabla, una gráfica y una ecuación para representar esta situación.

$$\text{tasa unitaria} = \frac{2 \text{ tazas de helado}}{4 \text{ porciones}} = \frac{\frac{1}{2} \text{ taza de helado}}{1 \text{ porción}} = \frac{1}{2}$$

Número de porciones	1	2	3	4
Helado (tazas)	$\frac{1}{2}$	1	$1\frac{1}{2}$	2



$y = \frac{1}{2}x$, donde x es el número de porciones y y es la cantidad de helado (en tazas)

Práctica

Determina si cada relación que se muestra en los problemas 1 a 8 es proporcional. ¿Cómo lo sabes?

1.

Número de autos encerados	8	16	24	32
Tiempo (horas)	3	6	9	12

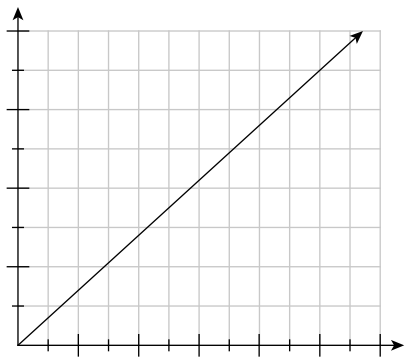
2.

Tiempo (semanas)	1	2	4	6
Ganancias (\$)	20	40	50	60

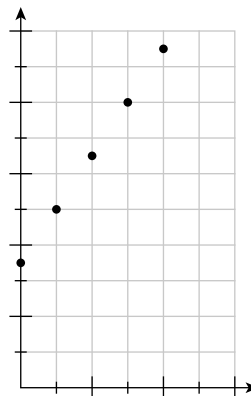
3.

Peso (libras)	2	4	10	12
Costo (\$)	6.50	13.00	32.50	39.00

4.



5.

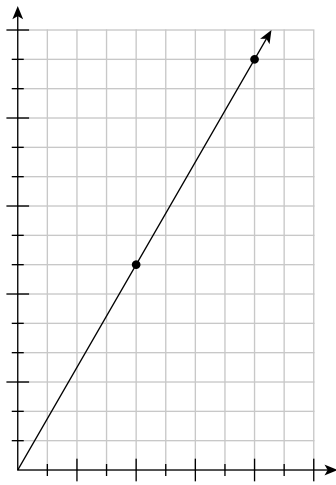


6. Hailee gana \$20 por semana haciendo tareas del hogar.
7. Ama puede comprar un audiolibro por \$4.00 y tres audiolibros por \$10.00.
8. Una receta de galletas lleva $1\frac{1}{2}$ tazas de azúcar para una tanda de galletas.
9. La razón de tazas de leche al número de porciones para una receta de batido se muestra en la tabla.

Número de porciones	4	8	12	16
Leche (tazas)	1	2	3	4

- a. ¿Cuál es la tasa unitaria o el número de tazas de leche por porción?
- b. Crea una gráfica y escribe una ecuación para esta situación.

- 10.** La misma receta de batido también lleva helado. La razón de tazas de helado al número de porciones se muestra en la gráfica.



- ¿Cuál es la constante de proporcionalidad (tasa unitaria)?
 - Crea una tabla para esta situación.
 - Escribe una ecuación para esta situación, donde x represente el número de porciones e y represente la cantidad de helado (en tazas).
- 11.** Para hacer un batido de vainilla, la receta lleva 2 cucharaditas de extracto de vainilla para 8 porciones.
- Completa una tabla, una gráfica y una regla para esta situación.
 - ¿Cuál es la constante de proporcionalidad (tasa unitaria)?

Respuestas

El razonamiento puede variar.

- Sí, todas las razones $= \frac{8}{3}$
- No, $\frac{40}{2} \neq \frac{50}{4}$
- Sí, todas las razones $= \frac{\$3.25}{1}$
- Sí, es una recta que incluye el origen
- No, no incluye el origen
- Sí, hay una tasa constante de $\frac{\$20}{1 \text{ semana}}$
- No, $\frac{\$4.00}{1} \neq \frac{\$10.00}{3}$
- Sí, para cada tanda se necesita la misma cantidad

9. a. $\frac{1}{4}$ de taza de leche por porción
b. $y = \frac{1}{4}x$



10. a. $\frac{7}{4}$ o $1\frac{3}{4}$ tazas de helado por porción
b. Las respuestas pueden variar

Número de porciones	2	4	6	8
Helado (tazas)	3.5	7	10.5	14

c. $y = 1\frac{3}{4}x$

11. a. $y = \frac{1}{4}x$



Número de porciones	2	4	6	8
Extracto de vainilla (cdita.)	0.5	1	1.5	2

- b. $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{4}$ de cucharadita de extracto de vainilla por porción

Tasas y tasas unitarias

APOYO GUIADO DE COMPETENCIAS

Resumen

Una tasa es una razón que describe cómo cambia una cantidad con respecto a otra cantidad. Una tasa unitaria es una tasa que compara el cambio en una cantidad con un cambio de 1 unidad en otra cantidad.

Las tasas unitarias pueden observarse en situaciones, gráficas, tablas y ecuaciones. En una relación proporcional, la tasa unitaria también se denomina “constante de proporcionalidad”.

- En una situación, calcula la tasa unitaria mediante división.
- En la gráfica de una relación proporcional, la tasa unitaria es equivalente a r en el punto $(1, r)$.
- En una tabla de una relación proporcional, la tasa unitaria es equivalente a la razón $\frac{y}{x}$ para cada par (x, y) .
- En la ecuación de una relación proporcional, la tasa unitaria es equivalente a la constante de proporcionalidad, k , en la ecuación $y = kx$.

Para obtener más información, consulta el recuadro de Métodos y significados de la Lección 4.2.3 del *Curso 2 de Core Connections en español*. Para obtener más ejemplos y práctica, consulta el material del Punto de control 9 del *Curso 2 de Core Connections en español*.

Ejemplos

1. Si 2 libras de plátanos cuestan \$1.68, ¿cuál es la tasa unitaria (costo por libra)?

La tasa unitaria significa que el denominador debe ser 1 libra, entonces $\frac{\$1.68}{2 \text{ lb}} = \frac{x}{1 \text{ lb}}$. Si se resuelve usando un Uno Gigante de $\frac{1}{2}$ o una división por 2 da como resultado $x = \$0.84$ por libra.

2. Un tren en Francia recorrió 932 millas en 5 horas. ¿Cuál es la tasa unitaria en millas por hora?

La tasa unitaria significa que el denominador debe ser 1 hora, entonces $\frac{932 \text{ mi}}{5 \text{ h}} = \frac{x}{1 \text{ h}}$. Si se resuelve usando un Uno Gigante de $\frac{0.2}{0.2}$ o una división por 5 da como resultado $x = 186.4$ millas por hora.

3. Según la tabla, ¿cuál es la tasa unitaria de crecimiento (metros por año)?

Altura (m)	15	17	19	21
Tiempo (años)	75	85	95	105

Altura (m)	15	17	19	21
Tiempo (años)	75	85	95	105

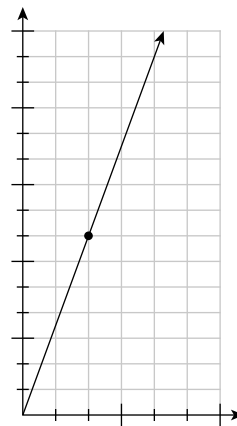
$\xrightarrow{+2}$ $\xrightarrow{+2}$ $\xrightarrow{+2}$
 $\xleftarrow{+10}$ $\xleftarrow{+10}$ $\xleftarrow{+10}$

Un método es escribir una razón para la tasa de la tabla y luego escribir una proporción para determinar la tasa unitaria.

$$\frac{2 \text{ metros}}{10 \text{ años}} = \frac{x \text{ metros}}{1 \text{ año}}$$

A continuación, multiplica por un Uno Gigante de $\frac{0.1}{0.1}$ o $\frac{\frac{1}{10}}{\frac{1}{10}}$ o divide por 10. La tasa unitaria de crecimiento es $\frac{0.2 \text{ metros}}{1 \text{ año}}$ o $\frac{\frac{1}{5} \text{ metros}}{1 \text{ año}}$.

4. La gráfica muestra la cantidad de arroz que come una familia después de un número de semanas. ¿Cuánto arroz comió esta familia en 1 semana?



La gráfica representa una relación proporcional. La recta pasa por (2, 7), entonces también debe pasar por el punto (1, 3.5) en esta recta. Por lo tanto, esta familia comió 3.5 tazas de arroz en 1 semana. En otras palabras, la tasa unitaria es de 3.5 tazas a la semana.

5. Una receta de arroz usa 6 tazas de arroz para 15 personas. A la misma tasa, ¿cuánto arroz se necesita para 40 personas?

La tasa es $\frac{6 \text{ tazas}}{15 \text{ personas}}$, entonces se puede escribir $\frac{6}{15} = \frac{x}{40}$ para representar esta situación.

El multiplicador necesario para el Uno Gigante es $\frac{40}{15}$ o $2\frac{2}{3}$.

Usar ese multiplicador da como resultado $\frac{6}{15} \cdot \frac{40}{15} = \frac{16}{40}$, entonces se necesitan 16 tazas de arroz.

6. Ordena estas tasas de menor a mayor.

Tasa A: 30 millas en 25 minutos Tasa B: 60 millas en una hora Tasa C: 70 millas en $1\frac{2}{3}$ hora

Convierte cada tasa a las mismas unidades. Aquí se muestra un denominador común de 60 minutos.

$$\text{Tasa A: } \frac{30 \text{ mi}}{25 \text{ min}} \cdot \frac{2.4}{2.4} = \frac{72 \text{ mi}}{60 \text{ min}}$$

$$\text{Tasa B: } \frac{60 \text{ mi}}{1 \text{ h}} = \frac{60 \text{ mi}}{60 \text{ min}}$$

$$\text{Tasa C: } \frac{70 \text{ mi}}{1\frac{2}{3} \text{ h}} = \frac{70 \text{ mi}}{100 \text{ min}} \cdot \frac{0.6}{0.6} = \frac{42 \text{ mi}}{60 \text{ min}}$$

Por lo tanto, el orden de menor a mayor es Tasa C < Tasa B < Tasa A. Usando 60 minutos (una hora) como la unidad común para comparar velocidades, cada tasa puede expresarse como una tasa unitaria: Tasa C = 42 mph, Tasa B = 60 mph y Tasa A = 72 mph.

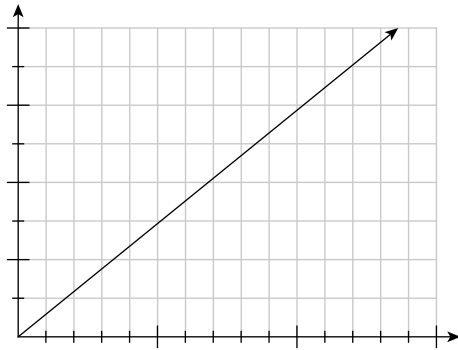
Práctica

Determina la tasa unitaria para cada situación en los problemas 1 a 6.

1. Anotar 98 puntos en un juego de 40 minutos (puntos por minuto)
2. Comprar $\frac{2}{3}$ libras de maní por \$2.25 (costo por libra)
3. Cortar el césped en $1\frac{1}{2}$ acres en $\frac{3}{4}$ de hora (acres por hora)
4. Pagar \$3.89 por 1.7 libras de pollo (costo por libra)
5. Según la tabla que se muestra, ¿cuál es el peso por centímetro?

Peso (g)	6	8	12	20
Longitud (cm)	15	20	30	50

6. Según la gráfica que se muestra, ¿cuál es la tasa en millas por hora?



Resuelve cada problema de tasas. Explica tu método.

7. Elaine sabe que con 6 tazas de arroz puede hacer arroz español para 15 personas. ¿Cuántas tazas de arroz se necesitarán para dar de comer a 135 personas?
8. Balvina puede plantar 6 flores en 15 minutos. ¿Cuánto tiempo le llevará plantar 30 flores a la misma tasa?
9. Un avión recorre 3,400 millas en 8 horas. ¿Cuánto recorrería en 6 horas a esta velocidad?
10. Shane montó en bicicleta durante 2 horas y recorrió 12 millas. A esta velocidad (tasa), ¿cuánto tardaría en recorrer 22 millas?
11. El auto de Selina usó 15.6 galones de gasolina para recorrer 234 millas. A esta tasa, ¿cuántos galones necesitaría para recorrer 480 millas?
12. Ordena a estas personas que leen de la más rápida a la más lenta: Abel leyó 50 páginas en 45 minutos, Brian leyó 90 páginas en 75 minutos y Charlie leyó 175 páginas en 2 horas.
13. Ordena estas personas que compran el almuerzo según cuánto gastan, de la que gasta más a la que gasta menos, asumiendo que compran el almuerzo cinco días a la semana: Ali gasta \$3 por día, Bo gasta \$25 cada dos semanas y Cai gasta \$75 por mes (4 semanas en un mes).
14. Una persona que practica patinaje sobre hielo recorrió 1,500 metros en 106 segundos. ¿Cuál es su tasa unitaria en metros por segundo?
15. Un auto recorrió 200 millas con 8 galones de gasolina. Determina la tasa unitaria de millas por galón y la tasa unitaria de galones por milla.
16. La cadena de clips para papeles de Lee tiene una longitud de 32 pies. Va a añadir clips continuamente durante las siguientes ocho horas. Al final de las ocho horas, la cadena tendrá una longitud de 80 pies. Determina la tasa unitaria de crecimiento en pies por hora.

Respuestas

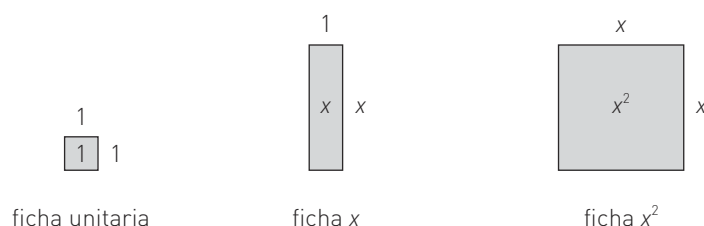
- | | | | | | |
|-----|----------------------------|-----|---|-----|---|
| 1. | 2.45 puntos/min | 2. | $\approx \$3.38/\text{lb}$ | 3. | 2 acres/h |
| 4. | $\approx \$2.29/\text{lb}$ | 5. | $0.4 \text{ o } \frac{2}{5} \text{ g/cm}$ | 6. | 30 mph |
| 7. | 54 tazas | 8. | 75 minutos | 9. | 2,550 millas |
| 10. | $3\frac{2}{3}$ horas | 11. | 32 galones | 12. | Charlie, Brian, Abel |
| 13. | Cai, Ali, Bo | 14. | $\approx 14.15 \text{ m/s}$ | 15. | $25 \text{ mi/g}, \frac{1}{25} \text{ o } 0.4 \text{ g/mi}$ |
| 16. | 6 ft/hora | | | | |

Perímetro y área con fichas algebraicas

APOYO GUIADO DE COMPETENCIAS

Resumen

Las fichas algebraicas te ayudan a representar cantidades desconocidas de manera concreta. Las expresiones algebraicas pueden representarse con los perímetros de las fichas algebraicas (rectángulos y cuadrados) y combinaciones de fichas algebraicas. Las dimensiones de cada ficha se muestran en sus lados, y el nombre de la ficha corresponde a su área, como se muestra en cada ficha en las siguientes figuras.

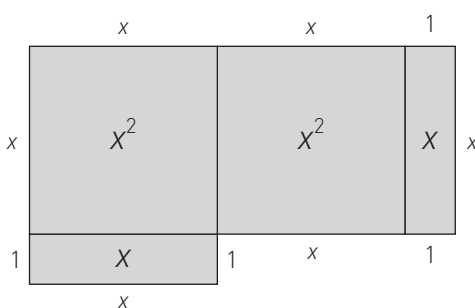
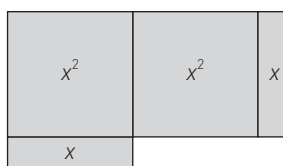


Cuando usamos las fichas, el perímetro es la distancia alrededor del exterior de una figura con fichas.

Para obtener más información, consulta el recuadro de Métodos y significados de la Lección 4.3.1 del *Curso 2 de Core Connections en español*.

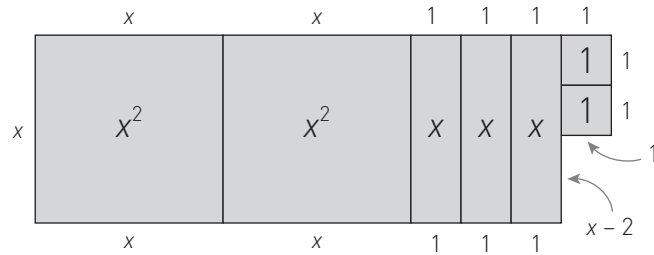
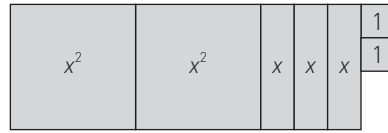
Ejemplos

1. Escribe una expresión algebraica que represente el perímetro de la forma.



$$\text{Perímetro} = x + x + 1 + x + 1 + x + 1 + x + 1 + x = 6x + 4 \text{ unidades}$$

2. Escribe una expresión algebraica que represente el perímetro de la forma.


$$\text{Perímetro} = x + x + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + (x - 2) + 1 + 1 + 1 + x + x + x = 6x + 8 \text{ unidades}$$

Práctica

Determina el perímetro de cada forma. Asume que $x \geq 1$.

- Figure 1 shows eight diagrams illustrating the decomposition of the product of two polynomials into a sum of products of lower-degree polynomials. The diagrams are numbered 1 through 8.

 - Diagram 1: A large square labeled x^2 is adjacent to a vertical strip of two squares labeled x and 1 .
 - Diagram 2: A large square labeled x^2 is adjacent to a vertical strip of two squares labeled x and 1 .
 - Diagram 3: A large square labeled x^2 is adjacent to a vertical strip of two squares labeled x and 1 .
 - Diagram 4: A large square labeled x^2 is adjacent to a vertical strip of two squares labeled x and 1 .
 - Diagram 5: A large square labeled x^2 is adjacent to a vertical strip of two squares labeled x and 1 .
 - Diagram 6: A large square labeled x^2 is adjacent to a vertical strip of two squares labeled x and 1 .
 - Diagram 7: A large square labeled x^2 is adjacent to a vertical strip of two squares labeled x and 1 .
 - Diagram 8: A large square labeled x^2 is adjacent to a vertical strip of two squares labeled x and 1 .

Respuestas

1. $4x + 4$ unidades 2. $4x + 4$ unidades 3. $2x + 8$ unidades 4. $4x + 6$ unidades
5. $4x + 4$ unidades 6. $4x + 2$ unidades 7. $4x + 4$ unidades 8. $2x + 4$ unidades

Reduciendo términos semejantes

APOYO GUIADO DE COMPETENCIAS

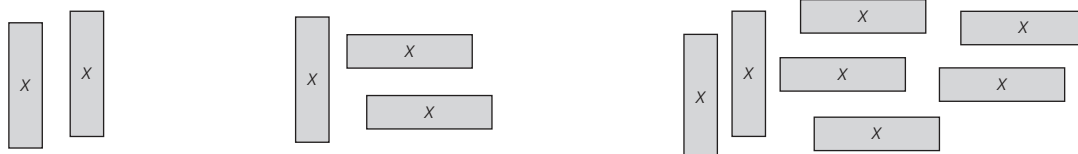
Resumen

Las expresiones algebraicas pueden contener variables, números y operaciones (por ejemplo, suma, división, exponentes, etc.). Las expresiones algebraicas pueden reescribirse en formas equivalentes. Para reducir términos semejantes, identifica los términos que tengan las mismas variables elevadas a las mismas potencias. A continuación, reduce los términos semejantes en uno solo sumando o restando. Las fichas algebraicas pueden usarse para representar expresiones algebraicas.

Para obtener más información, consulta el recuadro de Métodos y significados de la Lección 4.3.2 del *Curso 2 de Core Connections en español*. Para obtener más ejemplos y práctica, consulta el material del Punto de control 7A del *Curso 2 de Core Connections en español*.

Ejemplos

1. Escribe una expresión algebraica para representar la suma de estos tres conjuntos de fichas algebraicas que se muestran y después reduce los términos semejantes.

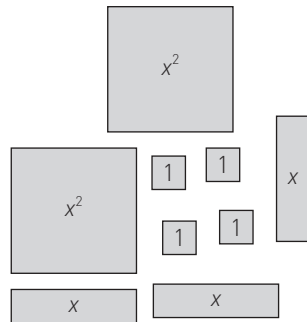


Usa símbolos para representar las fichas x que se muestran en cada conjunto: $2x + 3x + 7x$.

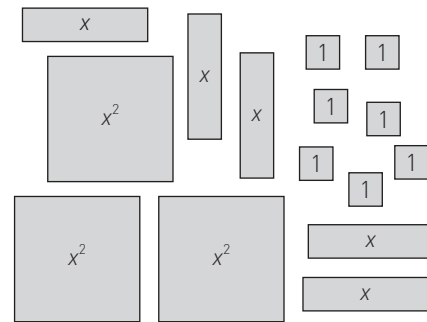
Todos estos términos tienen x como variable, por lo que se pueden reducir para obtener un solo término: $12x$.

2. Representa $2x^2 + 3x + 4$ y $3x^2 + 5x + 7$ usando fichas algebraicas, después reduce términos semejantes.

Construye o dibuja las fichas algebraicas para representar cada expresión.

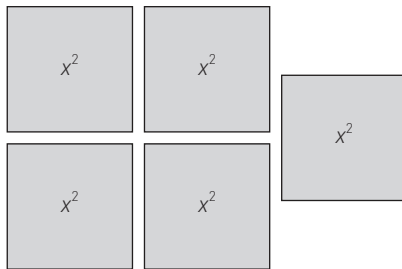


$$2x^2 + 3x + 4$$

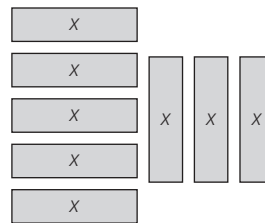


$$3x^2 + 5x + 7$$

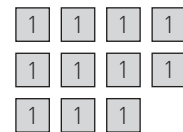
Después reduce términos semejantes.



$$5x^2$$



$$8x$$



$$11$$

La suma de los dos conjuntos de fichas, escrita algebraicamente, es $5x^2 + 8x + 11$.

3. Reescribe cada expresión reduciendo términos semejantes.

$$3x + 12 + 7x + 5$$

Los términos x pueden reducirse. Los términos sin variables (constantes) también se pueden reducir. Se muestra la solución usando símbolos.

$$\begin{aligned} & 3x + 12 + 7x + 5 \\ &= 3x + 7x + 12 + 5 \\ &= 10x + 17 \end{aligned}$$

Cuando se escriben expresiones variables, la convención es que el término con la variable aparece antes que el término constante.

Práctica

1. $(2x^2 + 6x + 10) + (4x^2 + 2x + 3)$

3. $(8x^2 + 3) + (4x^2 + 5x + 4)$

5. $(4x^2 + 7x + 3) + (2x^2 + 2x + 5)$

7. $(5x + 6) + (5x^2 + 6x + 2)$

9. $3c^2 + 4c + 7x + 12 + 4c^2 + 9 + 6x$

2. $(3x^2 + x + 4) + (x^2 + 4x + 7)$

4. $(4x^2 + 6x + 5) + (3x^2 + 2x + 4)$

6. $(3x^2 + 7x) + (x^2 + 3x + 9)$

8. $2x^2 + 3x + x^2 + x + x^2 + 2$

10. $2a^2 + 3a^3 + 4a^2 + 6a + 12 + 4a + 2$

Respuestas

1. $6x^2 + 8x + 13$

3. $12x^2 + 5x + 7$

5. $6x^2 + 9x + 8$

7. $5x^2 + 11x + 8$

9. $7c^2 + 4c + 13x + 21$

2. $4x^2 + 5x + 11$

4. $7x^2 + 8x + 9$

6. $4x^2 + 10x + 9$

8. $4x^2 + 4x + 2$

10. $3a^3 + 6a^2 + 10a + 14$

Propiedad distributiva con variables

APOYO GUIADO DE COMPETENCIAS

Resumen

La propiedad distributiva muestra cómo expresar sumas y productos de dos maneras: $a(b + c) = ab + ac$. Esto también puede escribirse $(b + c)a = ab + ac$.

Para reescribir el producto $a(b + c)$ como suma, $ab + ac$, “distribuye” el multiplicador, a , multiplicándolo por cada término de los paréntesis. Para reescribir la suma como producto, divide cada término por un factor común, a , y escribe el factor fuera de los paréntesis. Esto puede representarse como $ab + ac = a(b + c)$.

Para obtener más información, consulta los recuadros de Métodos y significados de las lecciones 4.1.1 y 4.3.3 del *Curso 2 de Core Connections en español*.

Ejemplos

- Representa $3(x + 4)$ usando fichas algebraicas y después usa la propiedad distributiva para reescribir la expresión como una suma.

$3(x + 4)$ puede leerse como 3 conjuntos de $(x + 4)$ o como 3 conjuntos de x y 3 conjuntos de 4.

x	1	1	1	1	=	x	1	1	1	1
x	1	1	1	1		x	1	1	1	1
x	1	1	1	1		x	1	1	1	1
$3(x + 4)$						$(3 \cdot x) + (3 \cdot 4)$				

La expresión como una suma es $3x + 12$.

- Representa $2(3x + 2)$ usando las fichas algebraicas y después usa la propiedad distributiva para reescribir la expresión como una suma.

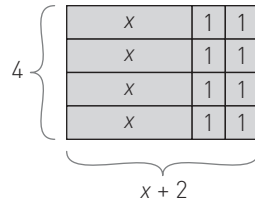
$2(3x + 2)$ puede leerse como 2 conjuntos de $(3x + 2)$ o como 2 conjuntos de $3x$ y 2 conjuntos de 2.

x	x	x	1	1	=	x	x	x	1	1
x	x	x	1	1		x	x	x	1	1
$2(3x + 2)$						$2(3x) + 2(2)$				

La expresión como una suma es $6x + 4$.

3. Representa $4x + 8$ usando fichas algebraicas y después reescribe la expresión como un producto usando la propiedad distributiva.

Usa fichas algebraicas para formar un rectángulo con el mayor número de filas posible. El número de filas representa el máximo común divisor de los términos $4x$ y 8 .



La forma factorizada de la expresión está representada como $4(x + 2)$, las dimensiones del rectángulo.

Práctica

Reescribe cada expresión usando la propiedad distributiva.

- | | | | |
|----------------|-----------------|----------------|-------------------------|
| 1. $3(x + 6)$ | 2. $2(x + 4)$ | 3. $(8 + x)4$ | 4. $(2 + x)5$ |
| 5. $4(y + 3)$ | 6. $3(2y + 1)$ | 7. $2(x + 7)$ | 8. $\frac{1}{2}(x + 4)$ |
| 9. $6x + 12$ | 10. $8x + 20$ | 11. $x + xy$ | 12. $8m + 2$ |
| 13. $25y + 10$ | 14. $2(x + 10)$ | 15. $21 + 63x$ | 16. $4x + 4y + 4z$ |
| 17. $49x + 28$ | 18. $y + xy$ | | |

Respuestas

- | | | | |
|-----------------|-----------------|------------------|-----------------------|
| 1. $3x + 18$ | 2. $2x + 8$ | 3. $4x + 32$ | 4. $5x + 10$ |
| 5. $4y + 12$ | 6. $6y + 3$ | 7. $2x + 14$ | 8. $\frac{1}{2}x + 2$ |
| 9. $6(x + 2)$ | 10. $4(2x + 5)$ | 11. $x(y + 1)$ | 12. $2(4m + 1)$ |
| 13. $5(5y + 2)$ | 14. $2x + 20$ | 15. $21(3x + 1)$ | 16. $4(x + y + z)$ |
| 17. $7(7x + 4)$ | 18. $y(1 + x)$ | | |

Expresiones algebraicas y pares cero

APOYO GUIADO DE COMPETENCIAS

Resumen

Las fichas algebraicas y los Tapetes para expresiones son herramientas concretas de organización que pueden usarse para representar expresiones algebraicas. Las fichas positivas están sombreadas y las negativas no lo están. Un par de fichas formado por una ficha sombreada y otra no sombreada representa cero (0), como se muestra en los siguientes ejemplos. Estos pares se llaman “pares cero”.

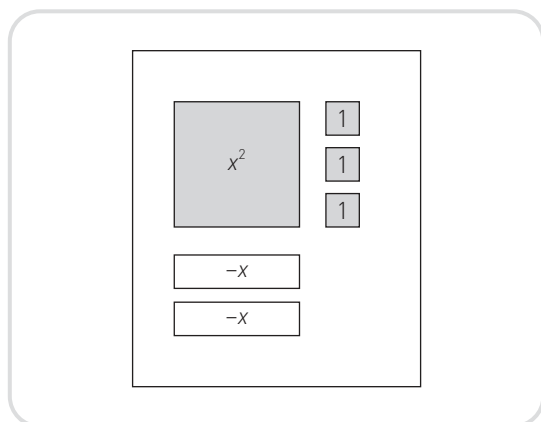
Cuando se trabaja con términos variables, $-x$, por ejemplo, se lee como “el opuesto de x ”, ya que la variable x puede representar un número positivo o un número negativo.



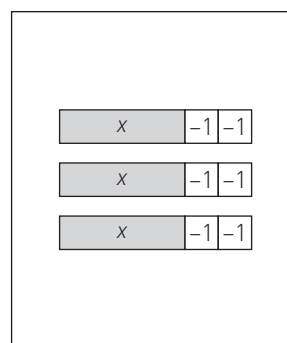
El concepto de cero puede representarse usando fichas algebraicas para entender la reducción de términos semejantes en expresiones algebraicas con negativos.

Ejemplos

1. Representa $x^2 - 2x + 3$ usando fichas algebraicas.
2. Representa $3(x - 2)$ usando fichas algebraicas y después usa la propiedad distributiva para reescribir la expresión como una suma.

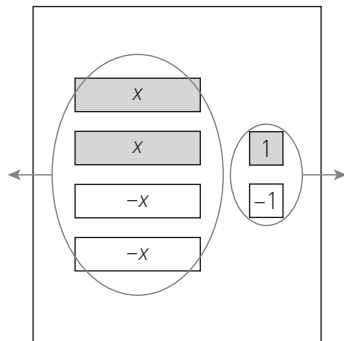


Forma 3 conjuntos de $(x - 2)$.



Como suma, $3(x - 2) = 3x - 6$.

3. Representa las fichas algebraicas que se muestran con una expresión. ¿Qué valor está representado?

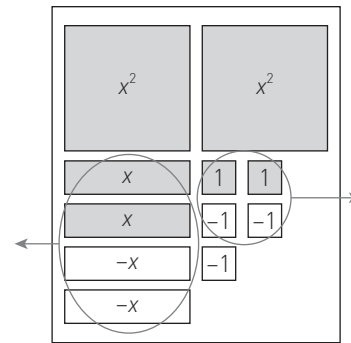


$$2x + (-2x) + 1 + (-1) = 0$$

4. Reduce los términos semejantes de la siguiente expresión.

$$2x^2 + 2x + 2 + (-2x) + (-3).$$

Construye cada término con fichas algebraicas.



Después de eliminar los pares cero, queda $2x^2 - 1$.

5. Determina la suma.

$$(2x^2 - 5x + 6) + (3x^2 + 4x - 9)$$

Otra estrategia para reducir expresiones algebraicas es tomar una expresión que está escrita en forma horizontal, encerrar en círculos los términos con sus signos, y reescribir los términos *semejantes* en columnas verticales antes de reducirlos.

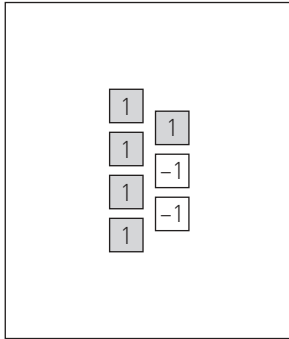
$$\boxed{2x^2} \boxed{-5x} \boxed{+6} \boxed{+3x^2} \boxed{+4x} \boxed{-9} \implies \begin{array}{r} 2x^2 - 5x + 6 \\ + 3x^2 + 4x - 9 \\ \hline 5x^2 - x - 3 \end{array}$$

La suma es $5x^2 - x - 3$.

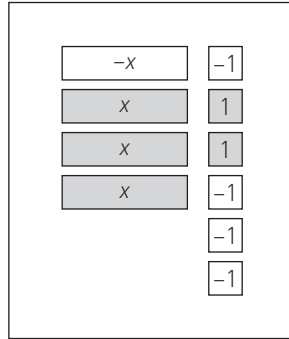
Práctica

Para cada conjunto de fichas algebraicas, elimina los pares cero y escribe una expresión.

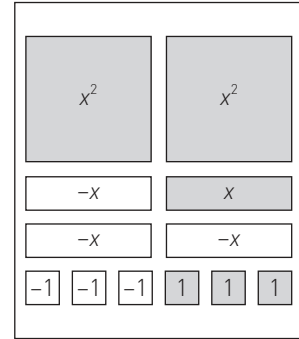
1.



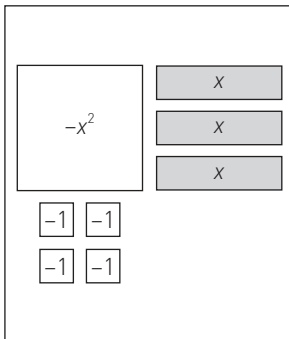
2.



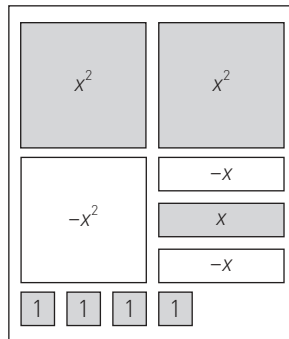
3.



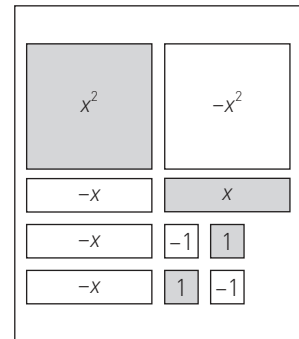
4.



5.



6.



Para cada expresión, reduce los términos semejantes y escribe una nueva expresión.

1. $2x - 3 + x + 1$

2. $-3x + 2x + 4$

3. $x^2 - 2x + 3 + 3x - 1$

4. $x + (-3) + 5 - 2x$

5. $-3 + 2x + (-1) - 4x$

6. $3(x + 3) - 2x$

7. $x^2 - 2x + 3 - 2x^2 + 1$

8. $2(x - 2) + 3 - x$

9. $2(x^2 + 3) + 2x - 1$

Respuestas

1. 3

2. $2x - 2$

3. $2x^2 - 2x$

4. $-x^2 + 3x - 4$

5. $x^2 - x + 4$

6. $-2x$

7. $3x - 2$

8. $-x + 4$

9. $x^2 + x + 2$

10. $-x + 2$

11. $-2x - 4$

12. $x + 9$

13. $-x^2 - 2x + 4$

14. $x - 1$

15. $2x^2 + 2x + 5$