

Comparando cantidades

APOYO GUIADO DE COMPETENCIAS

Resumen

Reducir dos Tapetes para expresiones en un Tapete para comparación de expresiones crea un modelo concreto para representar (y después resolver) desigualdades y ecuaciones.

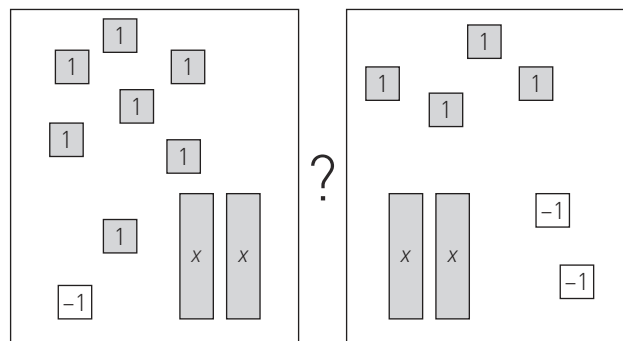
Las fichas se pueden quitar o mover en el tapete de las siguientes maneras:

- quitando el mismo número de fichas opuestas (ceros) del mismo lado;
- quitando un número igual de fichas idénticas (conjuntos equilibrados) del lado izquierdo y del lado derecho;
- añadiendo el mismo número de fichas opuestas (ceros) del mismo lado; y
- añadiendo un número igual de fichas idénticas (conjuntos equilibrados) al lado izquierdo y al lado derecho;

Estas estrategias se llaman “movimientos válidos”. Después de añadir o quitar fichas en el Tapete para comparación de expresiones, se le pide al alumnado que determine qué lado es mayor. A veces, solo es posible determinar qué lado es mayor si conoces los valores posibles de la variable.

Ejemplos

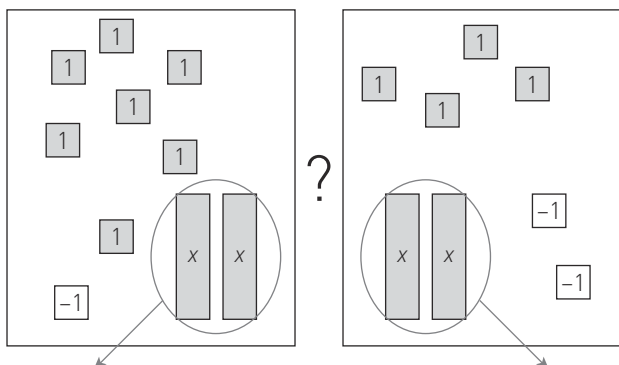
1. Determina qué lado es mayor usando movimientos válidos de las fichas para reordenar las dos expresiones en menos términos para poder compararlos.



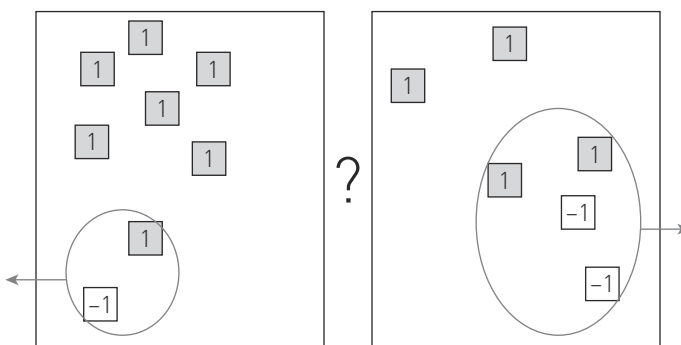
La solución se muestra en la página siguiente.

El ejemplo continúa de la página anterior.

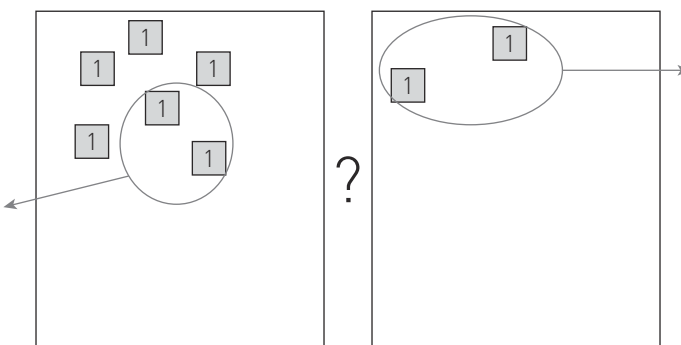
PASO 1: Elimina los conjuntos equilibrados.



PASO 2: Elimina ceros.

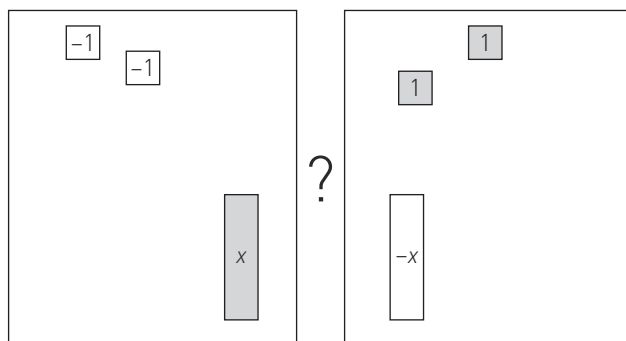


PASO 3: Elimina los conjuntos equilibrados.



El lado izquierdo es mayor porque después del paso 3, $4 > 0$. Además, después del paso 2, $6 > 2$. Ten en cuenta que este ejemplo solo muestra una de las varias estrategias posibles.

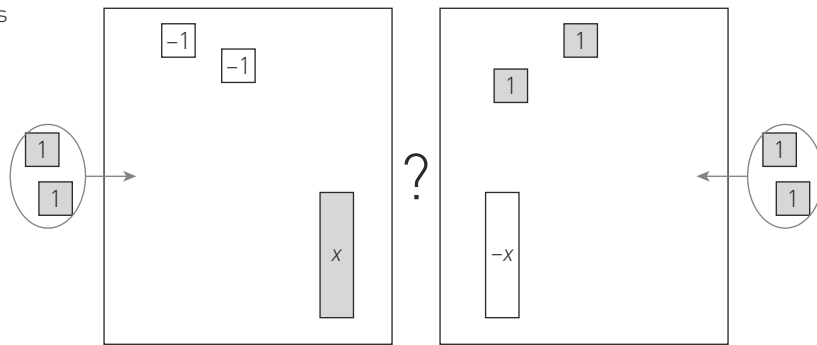
2. Usa movimientos válidos para que todas las variables x queden de un lado y todas las fichas unitarias queden del otro.



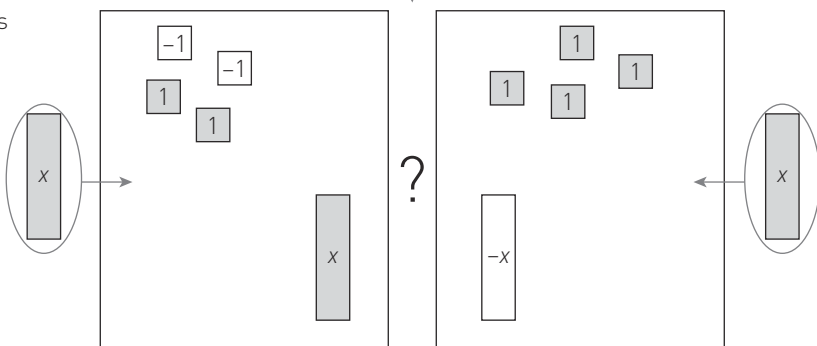
La solución se muestra en la página siguiente.

El ejemplo continúa de la página anterior.

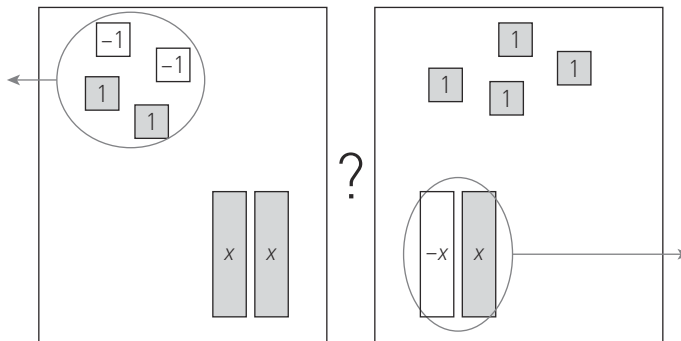
PASO 1: Suma los conjuntos equilibrados.



PASO 2: Suma los conjuntos equilibrados.



PASO 3: Elimina ceros.



2x queda en el tapete izquierdo y 4 queda en el tapete derecho. Hay otras configuraciones posibles. Cualquiera sea el argumento, no es posible determinar qué lado es mayor porque no conocemos el valor de x . Se espera que el alumnado anote los resultados algebraicamente como lo muestra el personal docente. Se muestra un método posible.

EXPRESIÓN IZQUIERDA

EXPRESIÓN DERECHA

$$x + x - 2 + 2 \quad ? \quad -x + x + 2 + 2$$

$$2x \quad ? \quad 4$$

Práctica

Para los problemas 1 a 3, usa las estrategias de quitar ceros o añadir/quitar conjuntos equilibrados para determinar qué lado es mayor, si es posible. Anota los pasos.

1.

x
 $-x$
 1
 1
 x
 x
 1
 1
 -1
 1

?

x
 x
 $-x$
 x
 -1
 -1
 1
 1

2.

x
 x
 x
 -1
 -1
 1
 -1
 1
 $-x$
 $-x$
 $-x$
 x

?

$-x$
 1
 -1
 1
 x
 x
 1
 1

3.

1
 1
 1
 -1
 x
 x
 -1
 $-x$

?

x
 1
 1
 1
 1
 1
 1

Para los problemas 4 a 6, construye o dibuja fichas para representar cada expresión, y después usa las estrategias de quitar ceros o añadir/quitar conjuntos equilibrados para determinar qué lado es mayor, si es posible. Anota los pasos.

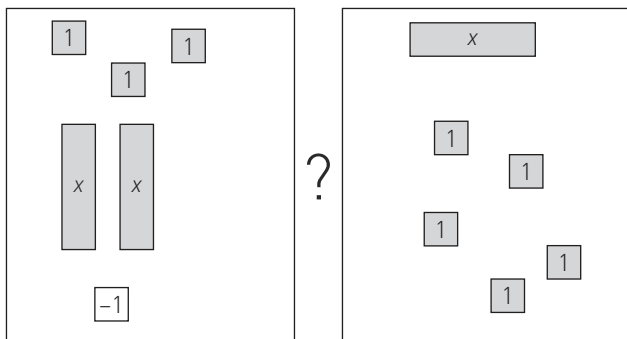
4. Izquierda: $5 + (-8)$
 Derecha: $-7 + 6$

5. Izquierda: $2(x + 3) - 2$
 Derecha: $4x - 2 - x + 4$

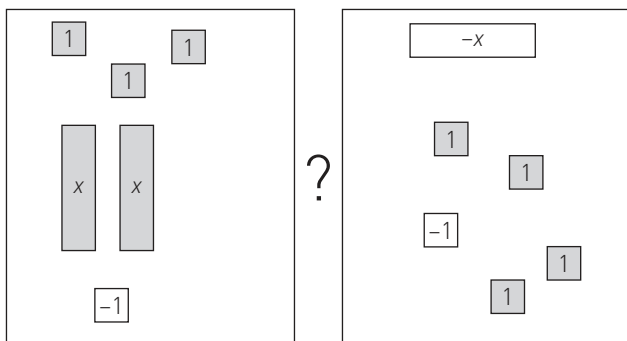
6. Izquierda: $4 + (-2x) + 4x$
 Derecha: $x^2 + 2x + 3 - x^2$

Para los problemas 7 a 12, usa las estrategias de quitar ceros o añadir/quitar conjuntos equilibrados para que todas las variables x queden en uno de los lados y las fichas unitarias en el otro. Anota los pasos.

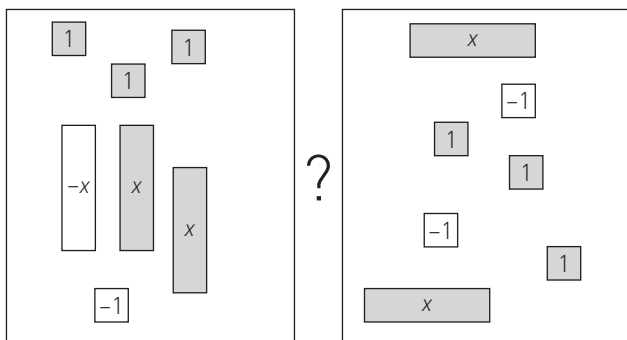
7.



8.



9.



10. Izquierda: $3x - 2$
Derecha: $2x + 1$

11. Izquierda: $4x + 2 + (-5)$
Derecha: $2x + 3 + (-8)$

12. Izquierda: $2x + 3$
Derecha: $-x - 3$

Respuestas

Las respuestas a los problemas 7 a 12 pueden variar, pero no es posible determinar la comparación.

- | | | | | | |
|-----|-----------------------------|-----|---------------------------------|-----|---------------------------------|
| 1. | el lado izquierdo es mayor | 2. | el lado derecho es mayor | 3. | imposible de determinar |
| 4. | el lado derecho es mayor | 5. | imposible de determinar | 6. | el lado izquierdo es mayor |
| 7. | izquierda: x , derecha: 3 | 8. | izquierda: $3x$, derecha: 1 | 9. | izquierda: 1, derecha: x |
| 10. | izquierda: x , derecha: 3 | 11. | izquierda: $2x$, derecha: -2 | 12. | izquierda: $3x$, derecha: -6 |

Graficando y resolviendo desigualdades

APOYO GUIADO DE COMPETENCIAS

Resumen

La solución de una desigualdad hace referencia a todos los valores de la variable que la satisfacen. La solución puede representarse como una semirrecta o segmento con puntos extremos sólidos o abiertos en una recta numérica. Un punto extremo sólido indica que el punto crítico está incluido en la solución ($\leq$ o $\geq$), mientras que un punto extremo abierto indica que no forma parte de la solución ($<$ o $>$).

Para resolver una desigualdad, sigue estos pasos.

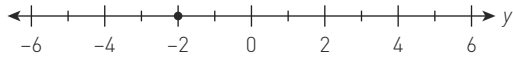
1. Reescribe la desigualdad como una ecuación.
2. Resuelve la ecuación “deshaciendo” operaciones para aislar la variable.
3. Usa la solución de la ecuación como punto crítico en la recta numérica.
4. Prueba un valor de cada lado del punto crítico de la recta numérica en la desigualdad. Si el número que has probado la satisface, esa parte de la recta numérica forma parte de la solución. Si el número que has probado no la satisface, entonces esa parte de la recta numérica no forma parte de la solución.

Para obtener más información, consulta los recuadros de Métodos y significados de las Lecciones 6.1.1 y 6.1.4 del *Curso 2 de Core Connections en español*.

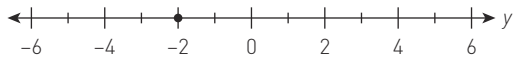
Ejemplos

1. Grafica la desigualdad $y \geq -2$.

El punto crítico es -2 y el símbolo $\geq$ indica que -2 está incluido en la solución, entonces el punto crítico está sombreado.



Para verificar el conjunto de números que satisfacen la desigualdad, prueba 0 y -3 sustituyendo y con cada valor en la desigualdad.



$$y = 0$$



$$y \geq -2$$

$$0 \geq -2$$

verdadera

$$y = -3$$

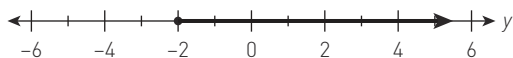


$$y \geq -2$$

$$-3 \geq -2$$

falsa

Por lo tanto, el punto crítico de la recta numérica es -2 y la recta está sombreada en la dirección de los valores que satisfacen la desigualdad.



2. Resuelve la desigualdad $9 \geq m + 2$ y grafica la solución.

Para determinar el punto crítico, reescribe la desigualdad como una ecuación y resuélvela.

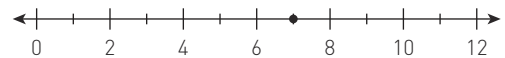
$$9 \geq m + 2$$

$$9 = m + 2$$

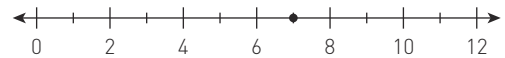
$$7 = m$$

7 es el punto crítico.

Dibuja una recta numérica. Como la desigualdad original incluye el símbolo ($\geq$), pon un punto sólido en 7.



Luego, prueba un número a cada lado de 7 en la desigualdad original, como 0 y 10.



$$m = 0$$



$$9 > m + 2$$

$$9 > 0 + 2$$

$$9 > 2$$

verdadera

$$m = 10$$



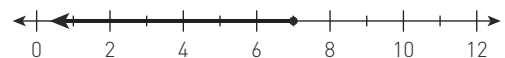
$$9 > m + 2$$

$$9 > 10 + 2$$

$$9 > 12$$

falsa

Por lo tanto, la solución es $m \leq 7$. El punto crítico de la recta numérica es 7 y la recta está sombreada en la dirección de los valores que satisfacen la desigualdad.

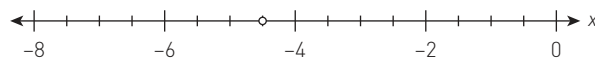


3. Resuelve la desigualdad $-2x - 3 < 6$ y grafica la solución.

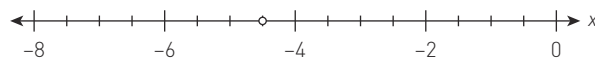
Para determinar el punto crítico, reescribe la desigualdad como una ecuación y resuélvela.

$$\begin{array}{r} \overline{-2} \quad \overline{-2} \\ x = -\frac{9}{2} \end{array}$$

Dibuja una recta numérica. Como la desigualdad original no incluía la solución ($<$), pon un punto abierto en -4.5 .



Luego, prueba un número a cada lado de -4.5 en la desigualdad original, como -8 y 0 .



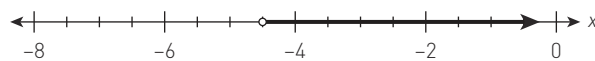
$$x = -8$$

$$\begin{array}{l} \downarrow \\ -2x - 3 < 6 \\ -2(-8) - 3 < 6 \\ 13 < 6 \\ \text{falsa} \end{array}$$

$$x = 0$$

$$\begin{array}{l} \downarrow \\ -2x - 3 < 6 \\ -2(0) - 3 < 6 \\ -3 < 6 \\ \text{verdadera} \end{array}$$

Entonces, la solución es $x > -4.5$. El punto crítico de la recta numérica es -4.5 , pero no incluye -4.5 y la recta está sombreada en la dirección de los valores que satisfacen la desigualdad.



Práctica

Resuelve cada desigualdad. Luego, grafica la solución en una recta numérica.

1. $x + 3 > -1$

2. $y + 3 \leq -5$

3. $3x \geq 6$

4. $2m + 1 \geq -7$

5. $-7 < -2y + 3$

6. $8 \geq -2m + 2$

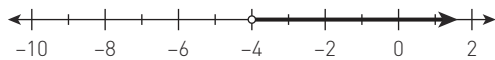
7. $-1 < -x + 8$

8. $2(m + 1) \geq -3$

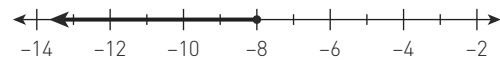
9. $3m + 1 \leq 7$

Respuestas

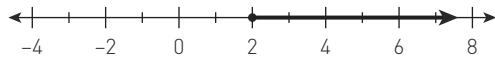
1. $x > -4$



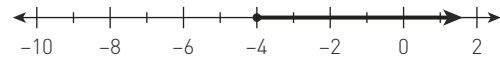
2. $y \leq -8$



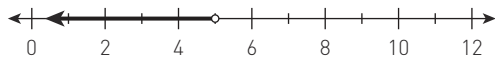
3. $x \geq 2$



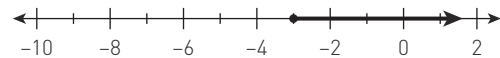
4. $m \geq -4$



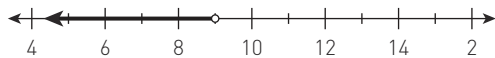
5. $y < 5$



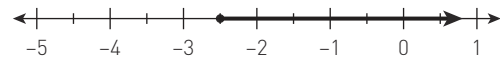
6. $m \geq -3$



7. $x < 9$



8. $m \geq -2.5$



9. $m \leq 2$



Resolviendo ecuaciones algebraicas

APOYO GUIADO DE COMPETENCIAS

Resumen

Resolver una ecuación significa determinar el valor o los valores de la variable que satisfacen la ecuación.

Anteriormente, dos Tapetes para expresiones se redujeron para determinar qué valor o valores de las variables hacen que una expresión sea mayor que la otra. Ahora, es posible reducir dos Tapetes para expresiones en un Tapete para ecuaciones como un modelo concreto para resolver ecuaciones. Practicar resolver ecuaciones usando este modelo ayuda en la transición a resolver ecuaciones de forma abstracta con mayor precisión y comprensión.

En general, comienza usando movimientos válidos de fichas, como quitar ceros o conjuntos equilibrados.

Después, despeja las variables en un lado del tapete para ecuaciones y las constantes (fichas unitarias) en el otro. A continuación, determina el valor de la variable. El alumnado debe anotar y explicar estos pasos.

Una vez que el alumnado entienda cómo resolver ecuaciones con un Tapete para ecuaciones, puede usar la experiencia visual de mover las fichas para resolver ecuaciones con variables y números. Este proceso suele implicar “deshacer” operaciones para aislar la variable. Por ejemplo, la suma deshace la resta y la división deshace la multiplicación. Una solución a una ecuación es un número que, cuando se sustituye por la variable, hace que el lado izquierdo de la ecuación sea igual al lado derecho.

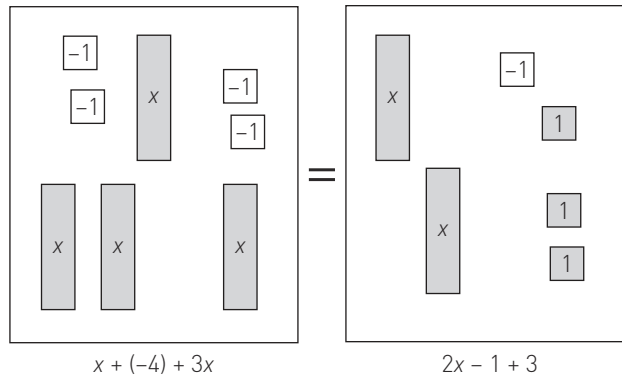
Puedes encontrar más información en los recuadros de Métodos y significados de las Lecciones 6.2.1 y 6.2.3 del *Curso 2 de Core Connections en español*. Para obtener más ejemplos y práctica, consulta el material del Punto de control 8 del *Curso 2 de Core Connections en español*.

Ejemplos

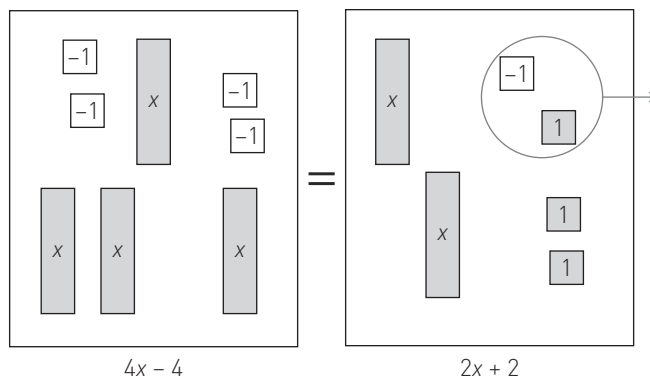
1. Resuelve la siguiente ecuación usando fichas algebraicas. Anota los símbolos para cada paso.

$$x + (-4) + 3x = 2x - 1 + 3$$

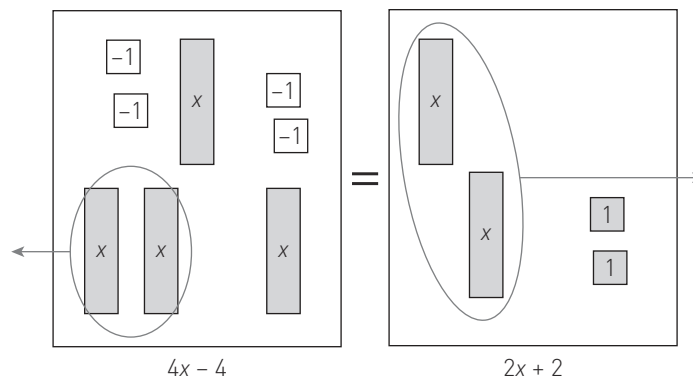
En primer lugar, construye la ecuación en el Tapete para ecuaciones.



En segundo lugar, elimina los ceros $(-1$ y $+1$ del lado derecho del tapete).



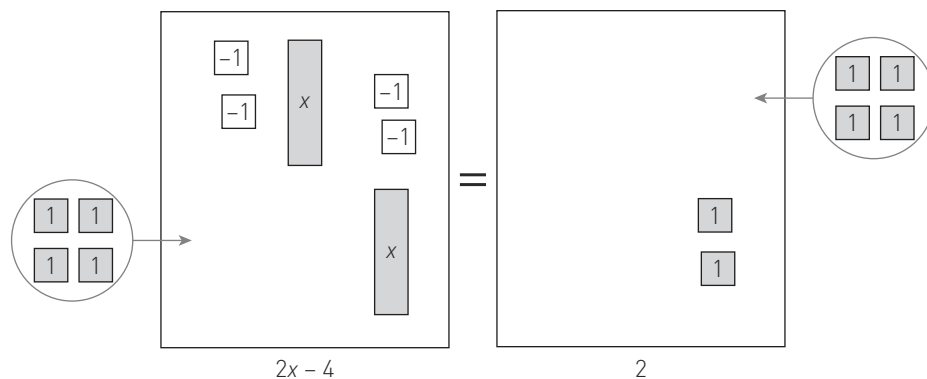
En tercer lugar, elimina un conjunto equilibrado $(2x)$ de ambos lados.



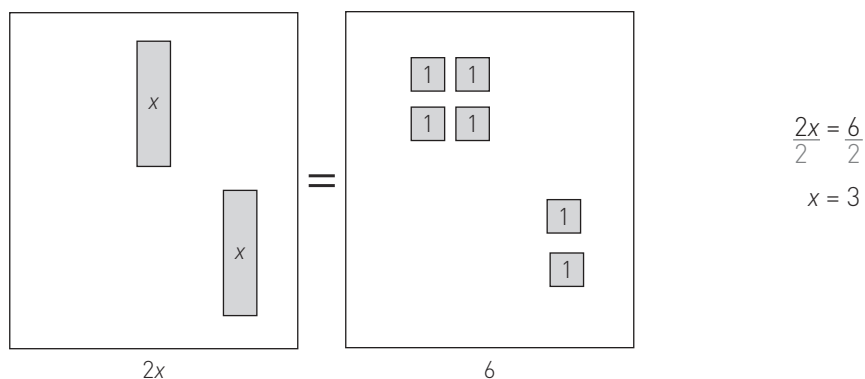
La solución continúa en la página siguiente.

La solución continúa de la página anterior.

Despeja la variable añadiendo un conjunto equilibrado (+4) a ambos lados y quitando los ceros en el lado izquierdo.



Por último, como ambos lados de la ecuación son iguales, determina el valor de x dividiendo.



2. Resuelve la ecuación para determinar el valor de x y anota los pasos que seguiste. Verifica tu solución.

$$3x + 2x - 1 = 9$$

Se muestra una solución usando una notación simbólica. Puede que también quieras construir y resolver la ecuación usando fichas algebraicas.

$$3x + 2x - 1 = 9$$

Ecuación original.

$$5x - 1 = 9$$

Reescribe reduciendo términos semejantes.

$$5x = 10$$

Suma 1 a cada lado.

$$x = 2$$

Divide por 2.

Verifica la solución sustituyendo x con 2 en la ecuación original y asegurándote de que la ecuación sea verdadera.

$$\begin{array}{l} x = 2 \\ \downarrow \\ 3x + 2x - 1 = 9 \\ 3(2) + 2(2) - 1 = 9 \\ 6 + 4 - 1 = 9 \\ 9 = 9 \\ \text{verdadera} \end{array}$$

3. Resuelve: $3(x - 4) = -3$

Se muestra una solución usando una notación simbólica. Puede que también quieras construir y resolver la ecuación usando fichas algebraicas.

$$3(x - 4) = -3$$

Ecuación original.

$$3(x) - 3(4) = -3$$

Distribuye el 3.

$$3x - 12 = -3$$

Multiplícala.

$$3x = 9$$

Suma 12 a ambos lados.

$$\frac{3x}{3} = \frac{9}{3}$$

Divide ambos lados por 3.

$$x = 3$$

Verifica la solución sustituyendo x con 3 en la ecuación original y asegurándote de que la ecuación sea verdadera.

$$\begin{array}{l} x = 3 \\ \downarrow \\ 3(x - 4) = -3 \\ 3(3 - 4) = -3 \\ 3(-1) = -3 \\ -3 = -3 \\ \text{verdadera} \end{array}$$

Práctica

Despeja x .

1. $3x + 2 + x = 6$

2. $4x - 2 - x = -5$

3. $-x + 3 = -7$

4. $1 + 3x - x = -4 - 1$

5. $2(x - 2) + x = 5$

6. $10 = x + x + 5$

7. $3(2x - 2) = 2 + 4$

8. $\frac{1}{2}(4x + 2 + 2x) = 28$

9. $25x - 7 = 93$

10. $35 = -3x + 2$

11. $-(x + 4) = 11$

12. $x + x - 1 - 1 = -2$

Respuestas

1. 1

2. -1

3. 10

4. -3

5. 3

6. 2.5

7. 2

8. 9

9. 4

10. -11

11. -15

12. 0

Resolviendo ecuaciones en contexto

APOYO GUIADO DE COMPETENCIAS

Resumen

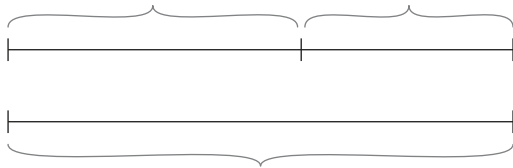
Las ecuaciones pueden usarse para entender situaciones, como una forma de determinar información desconocida. A veces, un diagrama o una figura geométrica pueden usarse para representar la situación. Primero, define una variable para representar la cantidad desconocida. Luego, escribe una ecuación y resuélvela.

Ejemplos

1. Cecil es acróbata y tiene una cuerda floja de 32 pies de longitud. Su primer salto fue de 10 pies. ¿Cuántos pies más tiene que desplazarse para llegar al final de la cuerda?

Sea x = la longitud desconocida de la cuerda.

En este caso, un diagrama puede representar la situación.



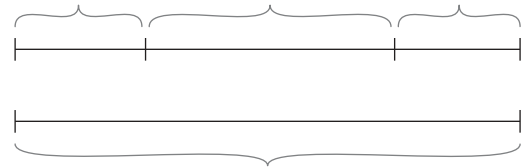
Luego, escribe y resuelve una ecuación.

$$x + 10 = 32$$

$$x = 22$$

A Cecil le quedan 22 pies de cuerda.

2. Escribe y resuelve una ecuación para representar el siguiente diagrama.



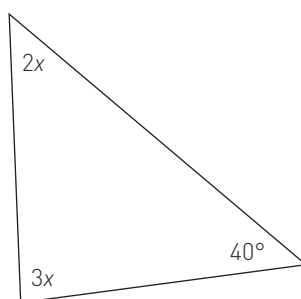
$$x + 2x + 8 = 44$$

$$x + 2x = 36$$

$$3x = 36$$

$$x = 12, \text{ por lo tanto } 2x = 24$$

- 3.** La suma de los ángulos en un triángulo da 180 grados. Determina las medidas de los ángulos que faltan en el diagrama escribiendo una ecuación y resolviéndola.



$$2x + 3x + 40^\circ = 180^\circ$$

$$2x + 3x = 140^\circ$$

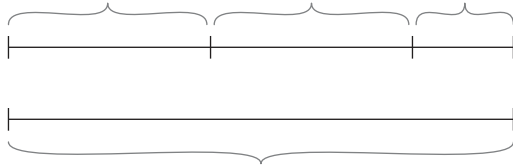
$$5x = 140^\circ$$

$$x = 28^\circ, \text{ por lo tanto } 2x = 56^\circ \text{ y } 3x = 84^\circ$$

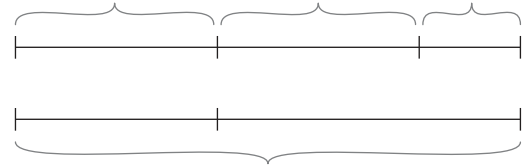
Práctica

Escribe una ecuación que represente cada situación y después determina el valor de la variable.

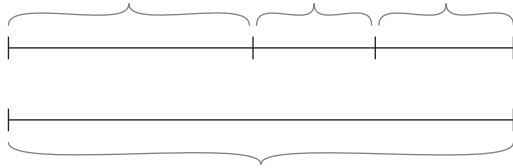
1.



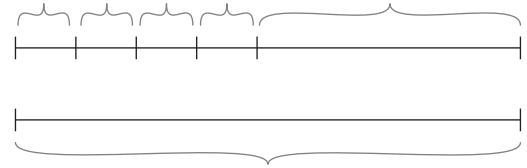
2.



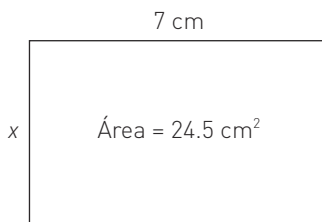
3.



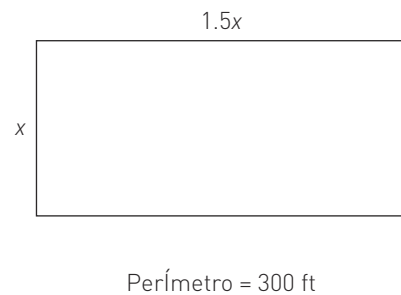
4.



5.



6.



Respuestas

1. $2x + 3 = 25$, $x = 11$

2. $2x + 4 = 16$, $x = 6$

3. $3x + 7 = 25$, $x = 6$

4. $4n + 12 = 28$, $n = 4$

5. $7x = 24.5$, $x = 3.5$ cm

6. $x + x + 1.5x + 1.5x = 300$, $x = 60$ ft