

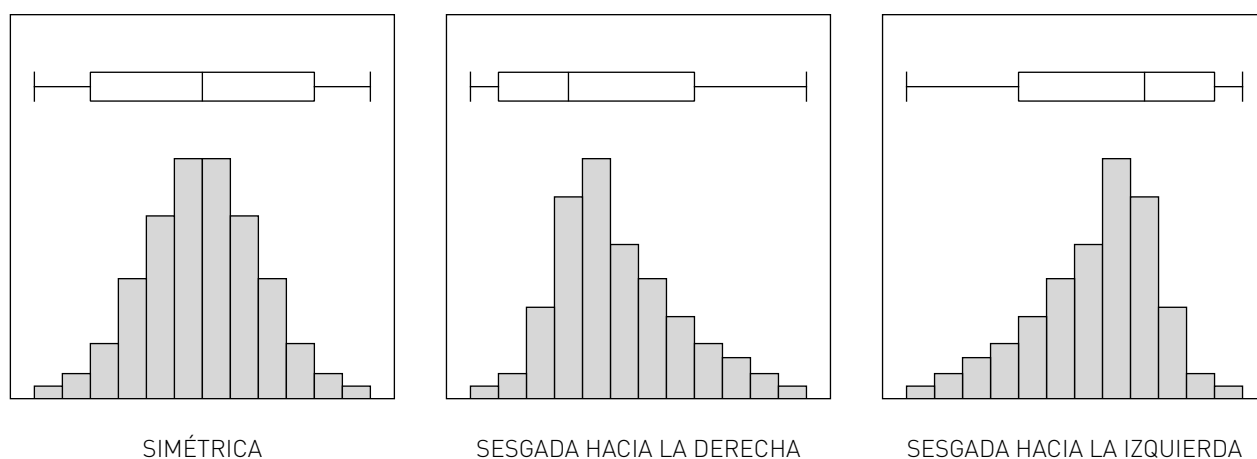
Comparando distribuciones

APOYO GUIADO DE COMPETENCIAS

Resumen

Las personas que hacen estadísticas recopilan y analizan datos para responder preguntas. Una distribución de datos muestra todos los valores de un conjunto de datos y la frecuencia con la que ocurren. Los histogramas y los diagramas de caja son maneras de representar distribuciones de datos. Dos distribuciones pueden compararse analizando sus centros, formas, variabilidad y valores atípicos para entender las semejanzas y las diferencias entre ellos.

La **forma** es el aspecto general de los datos en una visualización de datos. La forma de una distribución puede describirse como simétrica o sesgada (no simétrica).



El **centro** describe el valor típico de una distribución de datos. Normalmente, si la distribución es simétrica y no tiene valores atípicos, la media puede usarse para describir el centro. Si la distribución de datos está sesgada o hay valores atípicos, la mediana puede ser una mejor manera de describir el centro.

Un **valor atípico** es cualquier dato que está muy alejado del resto de los datos. La **variabilidad** de los datos describe la dispersión de los datos. El rango mide la diferencia entre el valor máximo y el mínimo. La **desviación media absoluta** (DMA) es la medida de variabilidad que se usa cuando se toma la media como medida del centro. Cuando se toma la mediana, el rango intercuartil (RIC) puede expresar mejor la variabilidad de los datos.

Puedes encontrar más información en los recuadros de Métodos y significados de las lecciones 7.1.3 y 8.1.2 del *Curso 2 de Core Connections en español*.

Ejemplos

1. Compara los conjuntos de datos A y B.

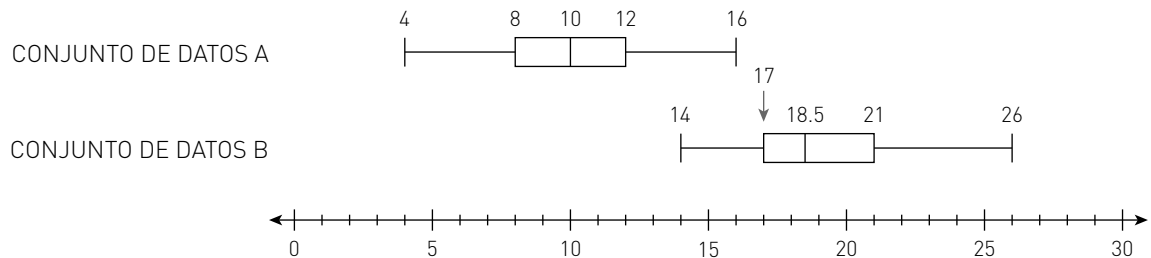
CONJUNTO DE DATOS A

4, 4, 8, 10, 10, 10, 11, 12, 12, 16

CONJUNTO DE DATOS B

14, 14, 17, 18, 18, 19, 19, 21, 22, 26

Compara visualmente las dos distribuciones de datos usando diagramas de caja paralelos.



Ambas distribuciones de datos parecen simétricas. La mayoría de los puntos del conjunto de datos A son menores que los del conjunto de datos B. La variabilidad (dispersión) de cada conjunto de datos es aproximadamente la misma.

Mide la diferencia entre los dos centros. Dado que las distribuciones son simétricas y no hay valores atípicos, la media es una medida útil del centro.

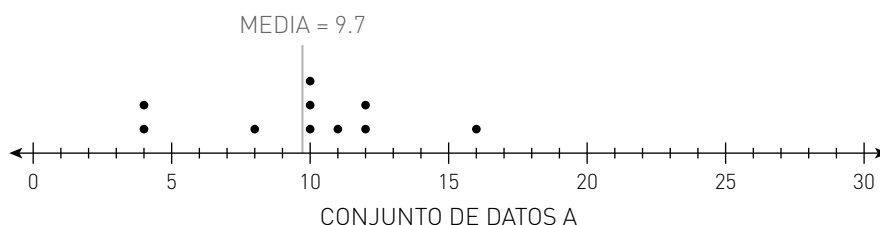
$$\text{Media del conjunto de datos A} = (4 + 4 + 8 + 10 + 10 + 10 + 11 + 12 + 12 + 16) \div 10 = 9.7$$

$$\text{Media del conjunto de datos B} = (14 + 14 + 17 + 18 + 18 + 19 + 19 + 21 + 22 + 26) \div 10 = 18.8$$

$$\text{Diferencia entre los centros} = 18.8 - 9.7 = 9.1$$

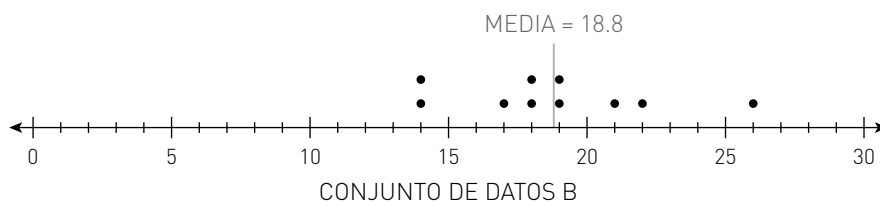
Dado que las dos distribuciones tienen una variabilidad similar, puede ser útil expresar la diferencia entre los centros como un múltiplo de una medida de variabilidad.

Dado que se usó la media como medida del centro, la desviación media absoluta (DMA) es una medida adecuada de la variabilidad. Recuerda que la DMA es el promedio de las distancias respecto a la media.



$$\text{DMA del conjunto de datos A} = (5.7 + 5.7 + 1.7 + 0.3 + 0.3 + 0.3 + 1.3 + 2.3 + 2.3 + 6.3) \div 10 = 2.62$$

La solución continúa en la página siguiente.

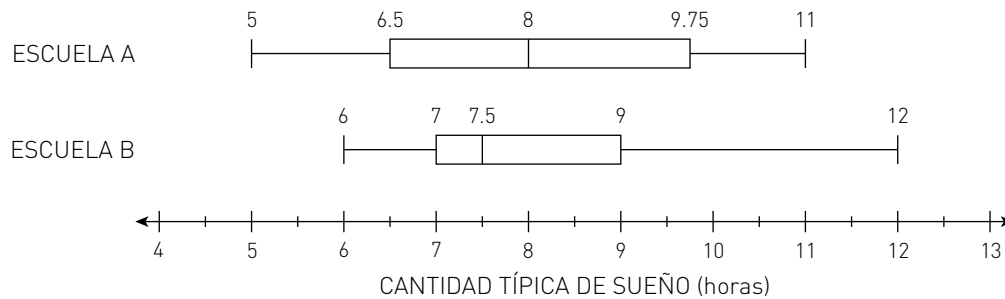
La solución continúa de la página anterior.

$$\text{DMA del conjunto de datos B} = (4.8 + 4.8 + 1.8 + 0.8 + 0.8 + 0.2 + 0.2 + 2.2 + 3.2 + 7.2) \div 10 = 2.6$$

La DMA es aproximadamente 2.6 para ambas distribuciones, y la diferencia entre los centros es 9.1; $9.1 \div 2.6 = 3.5$.

Por lo tanto, la media del conjunto de datos A es 9.1 menor que la media del conjunto de datos B, lo que equivale a unas 3.5 veces la variabilidad (desviación media absoluta) de cualquiera de los dos conjuntos de datos.

2. Se seleccionó aleatoriamente a estudiantes de dos escuelas para participar en una encuesta. Se les preguntó, “¿Cuántas horas sueles dormir durante los días de escuela?”. Sus respuestas se muestran en los siguientes diagramas de caja. ¿Cómo se comparan las horas de sueño del alumnado de las dos escuelas?



Compara las formas de las dos distribuciones de datos.

La representación de los datos es simétrica para la Escuela A y está sesgada hacia la derecha para la Escuela B. Por lo tanto, las horas de sueño parecen estar distribuidas de manera uniforme entre las personas de la Escuela A; mientras que en la Escuela B, algunas personas duermen muchas horas, pero la mayoría duerme menos de 9 horas cada noche.

Compara las horas de sueño promedio del alumnado de las dos escuelas.

La mediana para la Escuela A es de 8 horas, y la mediana para la Escuela B es de 7.5 horas. Por lo tanto, el alumnado de la Escuela A duerme, en promedio, media hora más que el de la Escuela B (suponiendo que las muestras aleatorias sean representativas de la población).

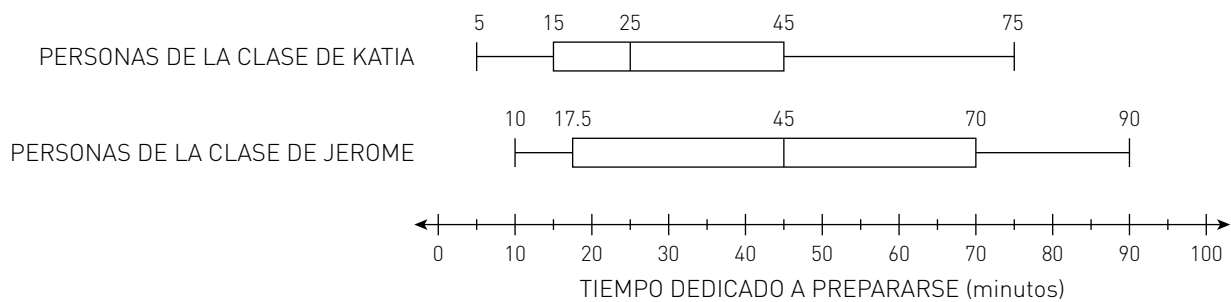
Compara la variabilidad en los datos sobre el sueño.

El RIC de la Escuela A es de 3.25 horas, y el RIC de la Escuela B es de 2 horas. Por lo tanto, hay más variabilidad en la cantidad de horas de sueño del alumnado de la Escuela A que del alumnado de la Escuela B.

Ten en cuenta que el rango (6 horas) es el mismo para ambas escuelas.

Práctica

1. Katia y Jerome se conocen desde la infancia y van a escuelas diferentes. Les interesa saber cuánto tiempo dedican las personas de sus clases a prepararse para ir a la escuela cada mañana. Les preguntaron, “¿Aproximadamente cuánto tiempo (en minutos) dedicas a prepararte para ir a la escuela cada día?”. Las respuestas están representadas en los diagramas de caja.



- ¿Cuál es la diferencia entre las dos medianas? Describe la diferencia en contexto.
 - Compara la variabilidad del tiempo que la clase de Katia y la de Jerome pasa preparándose usando el rango intercuartil (RIC). ¿Qué te dice esto sobre los dos grupos?
2. Después de comparar el tiempo dedicado a prepararse para la escuela, Katia y Jerome sintieron curiosidad por saber cuánto tiempo, en horas, dedicaban las personas en sus clases cada semana a actividades extraescolares. Encuestaron a 10 estudiantes de forma aleatoria. Abajo se muestran sus respuestas.

CLASE DE KATIA

4, 6, 12, 12, 14, 16, 18, 22, 24, 26

CLASE DE JEROME

4, 6, 8, 10, 12, 15, 17, 18, 20, 25

- Calcula la media para cada grupo. ¿Qué se observa al comparar? Describe qué significa esto en términos del tiempo que cada grupo dedica a las actividades extraescolares.
- Compara la variabilidad de la clase de Katia y la de la clase de Jerome usando la desviación media absoluta (DMA). ¿Qué se observa al comparar? Describe qué significa esto.

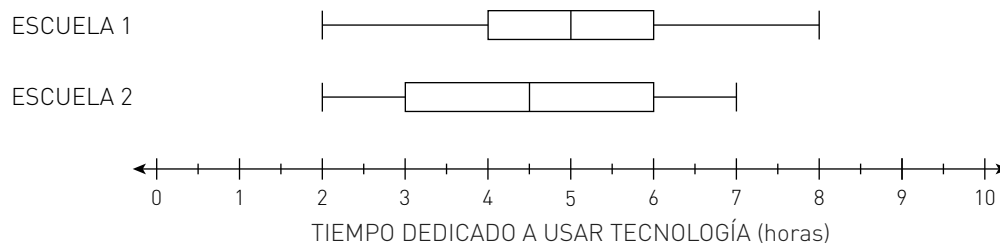
3. Se seleccionó aleatoriamente a estudiantes de dos escuelas para participar en una encuesta. Se les preguntó, “¿Cuántas horas al día dedicas a usar tecnología?”. Sus respuestas se muestran en las siguientes listas y en el diagrama de cajas paralelas.

ESCUELA 1

2, 3, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 7, 8

ESCUELA 2

2, 2, 3, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 7



Observa los dos conjuntos de datos y describe sus semejanzas y diferencias. Usa las medidas del centro y variabilidad para justificar tu respuesta.

Respuestas

Las respuestas pueden variar.

1.
 - a. La mediana para la clase de Katia es 25 minutos. La mediana para la clase de Jerome es 45 minutos. La diferencia entre las medianas es de 20 minutos. Esto significa que las personas de la clase de Jerome dedican en promedio 20 minutos más que las de la clase de Katia a prepararse para ir a la escuela cada mañana.
 - b. El rango intercuartil (RIC) para la clase de Katia es de 30 minutos, y el RIC para la clase de Jerome es de 52.5 minutos. Esto significa que hay más variabilidad en la cantidad de tiempo que las personas de la clase de Jerome dedican a prepararse que en la clase de Katia.
2.
 - a. La media para la clase de Katia es de 15.4 horas, y la media para la clase de Jerome es de 13.5 horas. La diferencia entre las medias es de 1.9 horas. Esto significa que, en promedio, las personas de la clase de Katia dedican aproximadamente 1.9 horas más a la semana a actividades extraescolares que las de la clase de Jerome.
 - b. La desviación media absoluta (DMA) para la clase de Katia es de 5.8 horas, y la DMA para la clase de Jerome es de 5.5 horas. Ambos grupos muestran prácticamente la misma variabilidad en el tiempo que dedican a las actividades extraescolares.

3. Los métodos pueden variar. Como las distribuciones son simétricas y no hay valores atípicos aparentes, la media y la desviación media absoluta se pueden usar para comparar los conjuntos de datos. La media y la DMA de la Escuela 1 son 5 y 1.4 horas, respectivamente. La media y la DMA de la Escuela 2 son 4.4 y 1.4 horas, respectivamente. El tiempo promedio dedicado a usar tecnología cada día es ligeramente mayor en la Escuela 1 que en la 2, y la variabilidad es aproximadamente la misma.

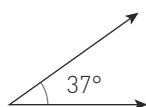
Ángulos y relaciones entre pares de ángulos

APOYO GUIADO DE COMPETENCIAS

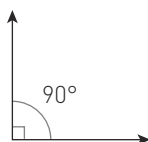
Resumen

DENOMINANDO ÁNGULOS

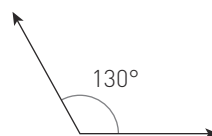
Los ángulos agudos son ángulos que miden entre 0° y 90° (sin incluir estas medidas); los ángulos rectos miden 90° y los ángulos obtusos miden entre 90° y 180° (sin incluir estas medidas). Un ángulo llano mide 180° .



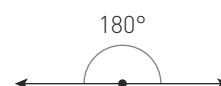
ÁNGULO AGUDO



ÁNGULO RECTO



ÁNGULO OBTUSO

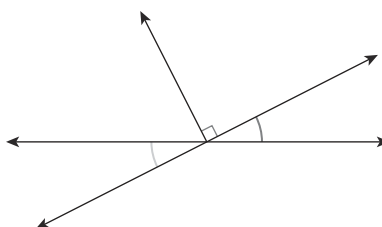


ÁNGULO LLANO

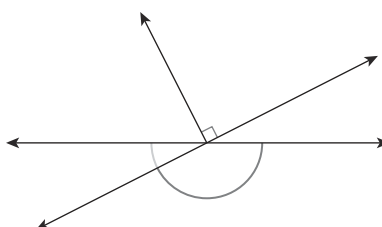
El transportador se usa para medir el tamaño de los ángulos.

RELACIONES ENTRE LOS ÁNGULOS

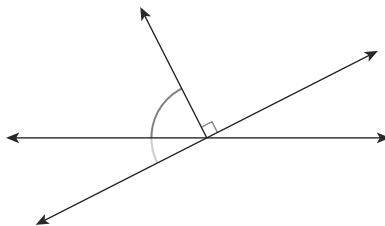
Las rectas que se intersecan forman cuatro ángulos. Los ángulos opuestos por el **vértice** son los dos ángulos opuestos (es decir, no adyacentes) formados por dos rectas o segmentos de recta que se intersecan. Los ángulos opuestos por el vértice tienen siempre la misma medida.



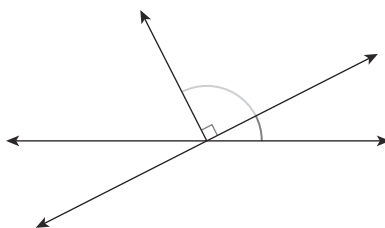
Si dos ángulos tienen medidas que suman 180° , se llaman ángulos **suplementarios**. Los dos ángulos indicados son suplementarios.



Si dos ángulos tienen medidas que suman 90° , se llaman ángulos **complementarios**. Los ángulos que se muestran son complementarios porque juntos forman un ángulo recto.



Los **ángulos** adyacentes son ángulos que están uno al lado del otro. Deben tener un vértice común, compartir un lado común y no tener puntos interiores en común.

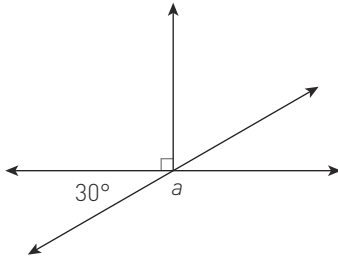


Puedes encontrar más información en los recuadros de Métodos y significados de las lecciones 8.3.1 y 8.3.2 del *Curso 2 de Core Connections en español*.

Ejemplos

1. Determina la medida del ángulo desconocido. Las líneas que parecen rectas son rectas.

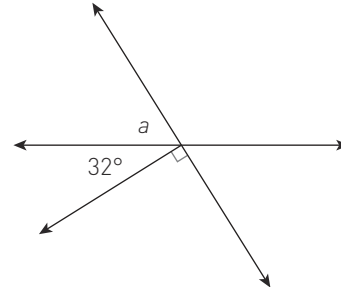
a.



Los dos ángulos son suplementarios, entonces sus medidas suman 180° .

$$\begin{aligned} 30^\circ + a &= 180^\circ \\ a &= 150^\circ \end{aligned}$$

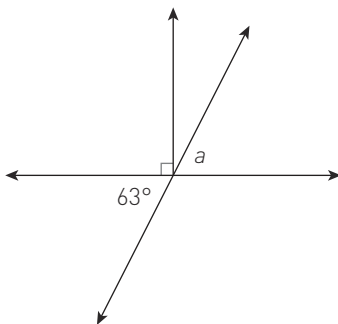
b.



El ángulo de 32° y el ángulo marcado como a son complementarios, entonces sus medidas suman 90° .

$$\begin{aligned} 32^\circ + a &= 90^\circ \\ a &= 58^\circ \end{aligned}$$

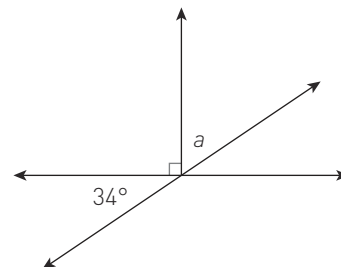
c.



Los dos ángulos son opuestos por el vértice, entonces sus medidas son iguales.

$$a = 63^\circ$$

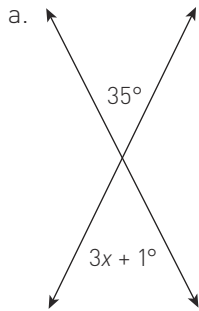
d.



Las medidas de los dos ángulos junto con el ángulo recto suman 180° .
 $180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$, entonces los dos ángulos son complementarios.

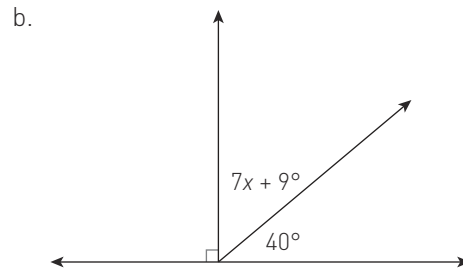
$$\begin{aligned} 34^\circ + a &= 90^\circ \\ a &= 56^\circ \end{aligned}$$

2. Usa lo que sabes sobre las relaciones entre los ángulos para escribir una ecuación y luego determina el valor de x . Las líneas que parecen rectas son rectas. Si es necesario, redondea la respuesta a la centésima más cercana.



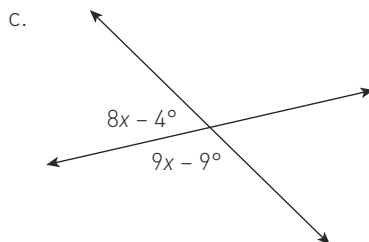
Los dos ángulos son opuestos por el vértice, entonces sus medidas son iguales.

$$\begin{aligned}
 3x + 1 &= 35 \\
 -1 &-1 \\
 3x &= 34 \\
 \div 3 &\div 3 \\
 x &= \frac{34}{3} \\
 x &\approx 11.33^\circ
 \end{aligned}$$



Los dos ángulos son complementarios, entonces sus medidas suman 90° .

$$\begin{aligned}
 (7x - 9) + (40) &= 90 \\
 7x + 31 &= 90 \\
 -31 &-31 \\
 7x &= 59 \\
 \div 7 &\div 7 \\
 x &= \frac{59}{7} \\
 x &\approx 8.49^\circ
 \end{aligned}$$



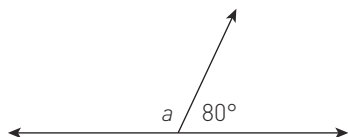
Los dos ángulos son suplementarios, entonces sus medidas suman 180° .

$$\begin{aligned}
 (8x - 4) + (9x - 9) &= 180 \\
 8x + 9x - 4 - 9 &= 180 \\
 17x - 13 &= 180 \\
 +13 &+13 \\
 17x &= 193 \\
 \div 17 &\div 17 \\
 x &= \frac{193}{17} \\
 x &\approx 11.35^\circ
 \end{aligned}$$

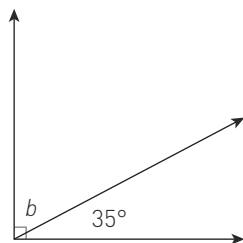
Práctica

Determina el valor de cada variable usando las relaciones entre ángulos.

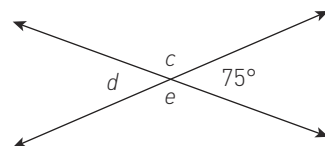
1.



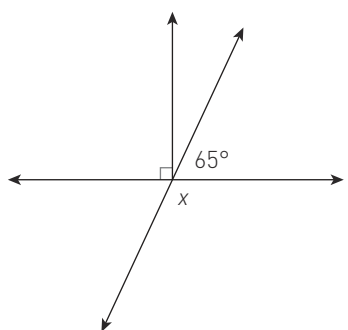
2.



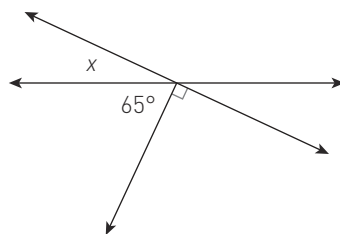
3.



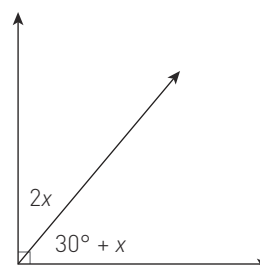
4.



5.



6.



Respuestas

1. $a = 100^\circ$

2. $b = 55^\circ$

3. $c = 105^\circ, d = 75^\circ, e = 105^\circ$

4. $x = 115^\circ$

5. $x = 25^\circ$

6. $x = 20^\circ$

Propiedades de los triángulos

APOYO GUIADO DE COMPETENCIAS

Resumen

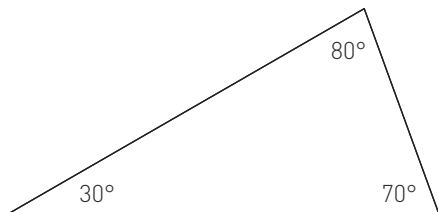
Un triángulo es un polígono con tres lados, tres ángulos y tres vértices. Para que tres longitudes de lado formen un triángulo, la suma de las longitudes de dos lados cualesquiera debe ser mayor que la longitud del tercer lado. Tres longitudes de lado forman un único triángulo o ningún triángulo. Tres ángulos no determinan un único triángulo.

Puedes encontrar más información en los recuadros de Métodos y significados de las lecciones 8.3.1 y 8.3.4 del *Curso 2 de Core Connections en español*.

Ejemplos

1. Dibuja un triángulo con ángulos que midan 70° , 30° y 80° . ¿Es único tu triángulo? Justifica tu respuesta.

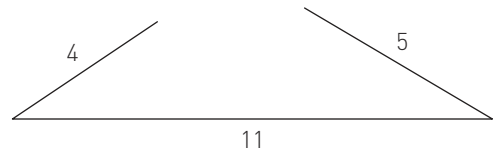
Tres ángulos no definen un triángulo único, ya que pueden construirse muchos otros triángulos con los mismos ángulos y variando las longitudes de lado. Se muestra un ejemplo de triángulo con ángulos de 70° , 30° y 80° .



2. ¿Es posible formar un triángulo con las siguientes longitudes de lado?

a. 5 cm, 11 cm, 4 cm

No es posible formar un triángulo porque $4 + 5 \not> 11$.



b. 8 cm, 10 cm, 7 cm

Es posible formar un triángulo porque la suma de dos longitudes cualesquiera es mayor que la tercera longitud: $8 + 7 > 10$, $8 + 10 > 7$ y $7 + 10 > 8$.

Práctica

Determina si es posible crear un triángulo con las condiciones dadas. Si es posible, determina si es único.

- | | |
|---|--|
| 1. longitudes de lado: 12 in, 8 in, 9 in | 2. longitudes de lado: 4 cm, 10 cm, 5 cm |
| 3. longitudes de lado: 3 cm, 7 cm, 6 cm | 4. longitudes de lado: 25 ft, 22 ft, 12 ft |
| 5. longitudes de lado: 18 in, 12 in, 5 in | 6. longitudes de lado: 12 in, 6 in, 5 in |
| 7. longitudes de lado: 6 ft, 8 ft, ángulo: 45° | 8. longitud de lado: 4 cm, ángulos: 60° , 60° , 60° |
| 9. ángulos: 90° , 60° , 30° | |

Respuestas

- | | | |
|--------------------|---------------------|---------------------|
| 1. sí, es único | 2. ningún triángulo | 3. sí, es único |
| 4. sí, es único | 5. ningún triángulo | 6. ningún triángulo |
| 7. sí, no es único | 8. sí, es único | 9. sí, no es único |