

Circunferencia y área de los círculos

APOYO GUIADO DE COMPETENCIAS

Resumen

El radio de un círculo es un segmento de recta que va desde el centro hasta cualquier punto del círculo. El diámetro de un círculo es un segmento de recta que pasa por el centro y conecta dos puntos del círculo. La longitud de un diámetro es el doble de la longitud de un radio, es decir, $d = 2r$ o $r = \frac{d}{2}$.

Una cuerda es un segmento de recta que une dos puntos cualesquiera de un círculo.

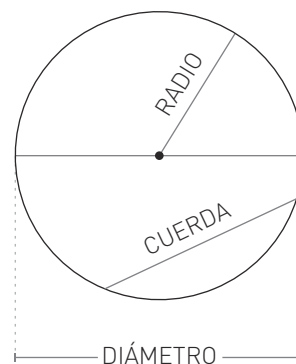
La circunferencia de un círculo es similar al perímetro de un polígono. La circunferencia es la longitud de un círculo. Te dirá cuánto hilo se necesitaría para dar una vuelta completa al círculo.

La razón entre la circunferencia y el diámetro de cualquier círculo es el número π (pi). Es decir, $\pi = \frac{C}{d}$, donde C es la circunferencia de un círculo y d es su diámetro. Se puede obtener una aproximación al número π con la fracción $\frac{22}{7}$, el decimal 3.14 o el botón π en una calculadora.

La fórmula de la circunferencia de un círculo es $C = 2\pi r$, donde r es el radio del círculo (la mitad del diámetro). La fórmula también puede escribirse como $C = \pi d$, donde d representa el diámetro del círculo, ya que el diámetro es igual al doble del radio de un círculo. Las unidades de la circunferencia del círculo deben coincidir con las unidades del radio y el diámetro.

La fórmula del área de un círculo es $A = \pi r^2$, donde r es el radio del círculo. El área se mide en unidades cuadradas.

Para leer más sobre la exploración en clase del área de un círculo, consulta la Lección 9.1.2 en el *Curso 2 de Core Connections en español*. Puedes encontrar más información en el recuadro de Métodos y significados de la Lección 9.1.2 del *Curso 2 de Core Connections en español*.



Ejemplos

1. Calcula la circunferencia y el área de un círculo con un radio de 17 pies. Obtén una aproximación al número π con la fracción $\frac{22}{7}$, el decimal 3.14 o el botón π en una calculadora.

Para determinar la circunferencia, usa $C = 2\pi r$ y sustituye r por 17.

$$\begin{aligned} r &= 17 \\ C &= 2\pi r \\ &= 2\pi(17) \\ &= 34\pi \\ &\approx 106.81 \text{ pies} \end{aligned}$$

Para determinar el área del círculo, usa $A = \pi r^2$ y sustituye r por 17.

$$\begin{aligned} r &= 17 \\ A &= \pi r^2 \\ &= \pi(17)^2 \\ &= \pi \cdot 289 \\ &\approx 907.92 \text{ pies cuadrados} \end{aligned}$$

- 2.** Calcula la circunferencia y el área de un círculo con un diámetro de 84 cm. Obtén una aproximación al número π con la fracción $\frac{22}{7}$, el decimal 3.14 o el botón π en una calculadora.

Para calcular la circunferencia cuando tienes el diámetro, usa $C = \pi d$ y sustituye d por 84.

$$\begin{aligned} d &= 84 \\ \downarrow \\ C &= \pi d \\ &= \pi(84) \\ &= 84\pi \\ &\approx 263.89 \text{ cm} \end{aligned}$$

Para determinar el área del círculo, usa la fórmula $A = \pi r^2$. Primero, calcula el radio del círculo, que es la mitad del diámetro: $84 \div 2 = 42$ cm. Luego, sustituye r por 42.

$$\begin{aligned} r &= 42 \\ \downarrow \\ A &= \pi r^2 \\ &= \pi(42)^2 \\ &= \pi \cdot 1,764 \\ &\approx 5,541.77 \text{ cm cuadrados} \end{aligned}$$

- 3.** Determina el radio y el diámetro de un círculo con una circunferencia de 25.12 cm. Obtén una aproximación al número π con la fracción $\frac{22}{7}$, el decimal 3.14 o el botón π en una calculadora.

Como tienes la circunferencia, usa la fórmula $C = \pi d$ para calcular el diámetro.

$$\begin{aligned} C &= 25.12 \\ \downarrow \\ C &= \pi d \\ 25.12 &= \pi d \\ \frac{25.12}{\pi} &= \frac{\pi d}{\pi} \\ 8 \text{ cm} &\approx d \end{aligned}$$

Como el radio es la mitad del diámetro, $\frac{d}{2} = r$.

$$\begin{aligned} d &\approx 8 \\ \downarrow \\ \frac{d}{2} &= r \\ \frac{8}{2} &\approx r \\ 4 \text{ cm} &\approx r \end{aligned}$$

Práctica

Calcula la circunferencia y el área de los círculos con las siguientes longitudes de radio o diámetro. Obtén una aproximación al número π con la fracción $\frac{22}{7}$, el decimal 3.14 o el botón π en una calculadora. Redondea a la centésima más cercana.

- | | | | |
|--------------------------------|--------------------------|------------------------|---------------------------------|
| 1. $r = 6$ cm | 2. $r = 3.2$ in | 3. $d = 16$ ft | 4. $r = \frac{1}{2}$ m |
| 5. $d = \frac{4}{5}$ cm | 6. $r = 5$ in | 7. $r = 3.6$ cm | 8. $r = 2\frac{1}{4}$ in |
| 9. $d = 14.5$ ft | 10. $r = 12.02$ m | | |

Determina el radio y el diámetro de cada círculo dada su circunferencia. Obtén una aproximación al número π con la fracción $\frac{22}{7}$, el decimal 3.14 o el botón π en una calculadora. Redondea la respuesta a la centésima más cercana.

- | | | |
|---------------------------|--------------------------|----------------------------|
| 11. $C = 48.36$ yd | 12. $C = 35.6$ ft | 13. $C = 194.68$ mm |
|---------------------------|--------------------------|----------------------------|

Respuestas

Las respuestas pueden variar dependiendo de la aproximación a π que se haya usado en el cálculo. Para calcular las siguientes respuestas, se usó 3.14.

1. $C = 37.68 \text{ cm}, A = 113.04 \text{ cm}^2$

2. $C = 20.10 \text{ in}, A = 32.15 \text{ in}^2$

3. $C = 50.24 \text{ ft}, A = 200.96 \text{ ft}^2$

4. $C = 3.14 \text{ m}, A = 0.79 \text{ m}^2$

5. $C = 5.02 \text{ cm}, A = 2.51 \text{ cm}^2$

6. $C = 31.4 \text{ in}, A = 78.5 \text{ in}^2$

7. $C = 22.61 \text{ cm}, A = 40.69 \text{ cm}^2$

8. $C = 14.13 \text{ in}, A = 15.90 \text{ in}^2$

9. $C = 45.53 \text{ ft}, A = 165.05 \text{ ft}^2$

10. $C = 75.49 \text{ m}, A = 453.67 \text{ m}^2$

11. $r = 7.70 \text{ yd}, d = 15.40 \text{ yd}$

12. $r = 5.67 \text{ ft}, d = 11.34 \text{ ft}$

13. $r = 31 \text{ mm}, d = 62 \text{ mm}$

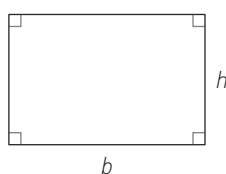
Área de las figuras compuestas

APOYO GUIADO DE COMPETENCIAS

Resumen

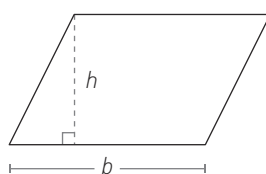
El conocimiento sobre las áreas de los polígonos (rectángulos, paralelogramos, triángulos, trapecios) puede usarse para determinar las áreas de figuras más complejas. Una manera de hacerlo es usar subproblemas (es decir, resolver problemas menores para resolver un problema mayor).

El **área** es el número de unidades cuadradas de una región plana. Se muestran las fórmulas para calcular el área de varios tipos de polígonos.



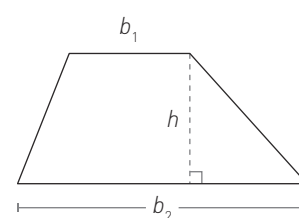
RECTÁNGULO

$$A = bh$$



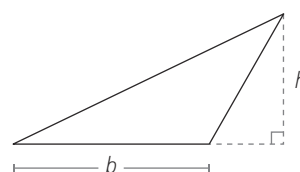
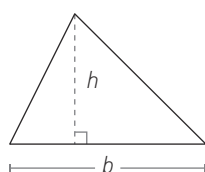
PARALELOGRAMO

$$A = bh$$



TRAPECIO

$$A = \frac{1}{2}(b_1 + b_2)h$$



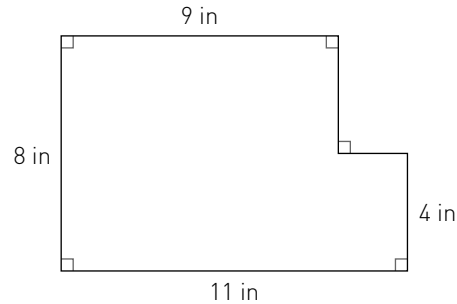
TRIÁNGULO

$$A = \frac{1}{2}bh$$

Para repasar el cálculo del área de los polígonos, consulta “Área de polígonos” en el Apoyo guiado de competencias del Capítulo 5 del *Curso 1 de Core Connections en español*. Puedes encontrar más información general en el recuadro de Métodos y significados de la Lección 1.1.2 del *Curso 2 de Core Connections en español*. Puedes encontrar más ejemplos y práctica en el material del Punto de control 1 del *Curso 2 de Core Connections en español*.

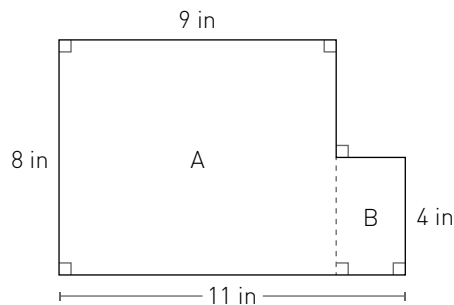
Ejemplos

1. Determina el área de la figura.



MÉTODO 1

Divide la figura en rectángulos y calcula el área de cada rectángulo.



Rectángulo A: $8 \cdot 9 = 72$ pulgadas cuadradas

Rectángulo B:

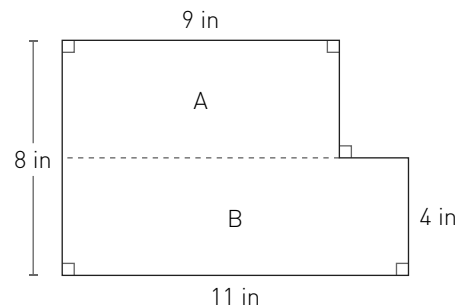
$4 \cdot (11 - 9) = 4 \cdot 2 = 8$ pulgadas cuadradas

Después, suma el área del rectángulo A al área del rectángulo B:

$72 + 8 = 80$ pulgadas cuadradas

MÉTODO 2

Divide la figura en rectángulos y calcula el área de cada rectángulo.



Rectángulo A:

$9 \cdot (8 - 4) = 9 \cdot 4 = 36$ pulgadas cuadradas

Rectángulo B: $11 \cdot 4 = 44$ pulgadas cuadradas

Después, suma el área del rectángulo A al área del rectángulo B:

$36 + 44 = 80$ pulgadas cuadradas

La solución continúa en la página siguiente.

La solución continúa de la página anterior.

MÉTODO 3

Crea un rectángulo grande cerrando la esquina superior derecha.

Área del nuevo rectángulo más grande:

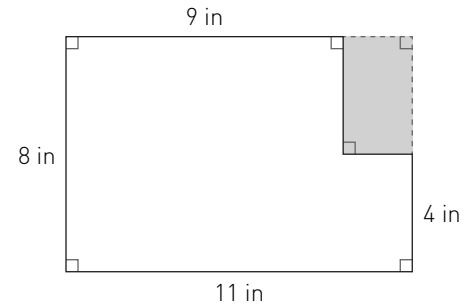
$$8 \cdot 11 = 88 \text{ pulgadas cuadradas.}$$

Área del rectángulo sombreado:

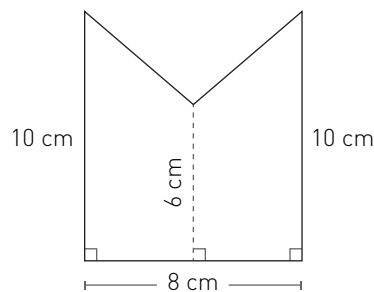
$$(8 - 4) \cdot (11 - 9) = 4 \cdot 2 = 8 \text{ pulgadas cuadradas.}$$

Después, resta el área del rectángulo sombreado del área del rectángulo más grande.

$$88 - 8 = 80 \text{ pulgadas cuadradas.}$$

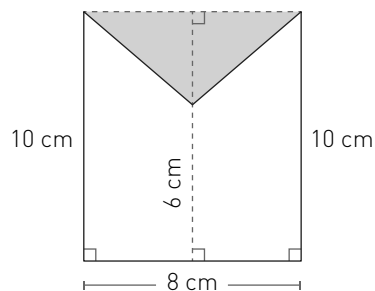


2. Determina el área de la figura.



Se muestra un método, pero hay muchas otras maneras de abordar este problema.

Convierte la figura en un rectángulo cerrando la parte superior.



Área de todo el rectángulo: $8 \cdot 10 = 80$ cm cuadrados

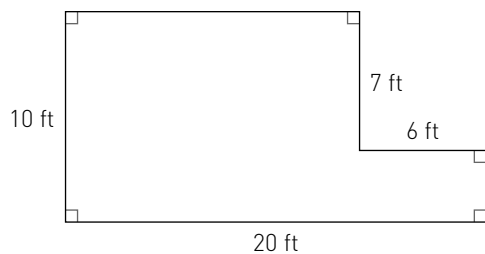
Área del triángulo sombreado: $b = 8$ y $h = 10 - 6 = 4$, entonces $A = \frac{1}{2} (8 \cdot 4) = \frac{1}{2} (32) = 16$ cm cuadrados

Resta el área del triángulo del área del rectángulo: $80 - 16 = 64$ cm cuadrados

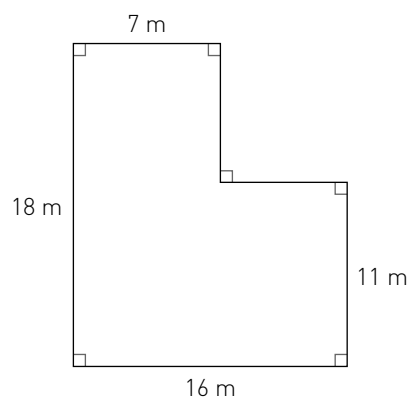
Práctica

Determina el área de cada figura.

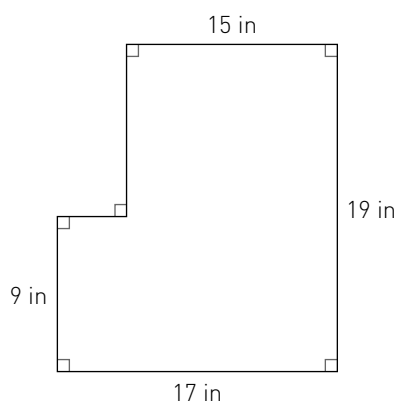
1.



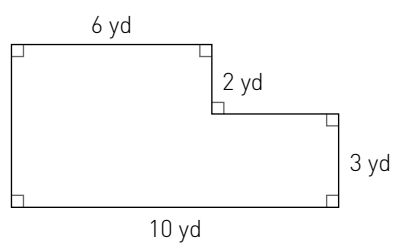
2.



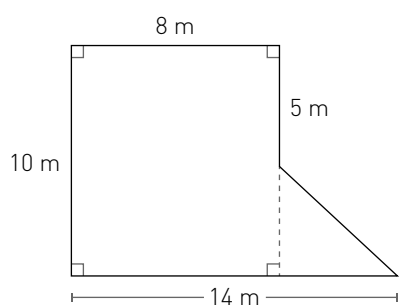
3.



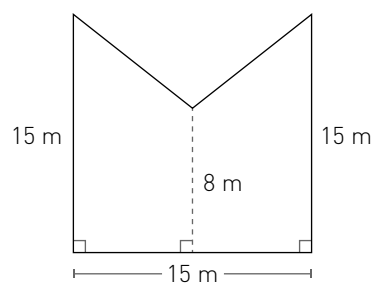
4.

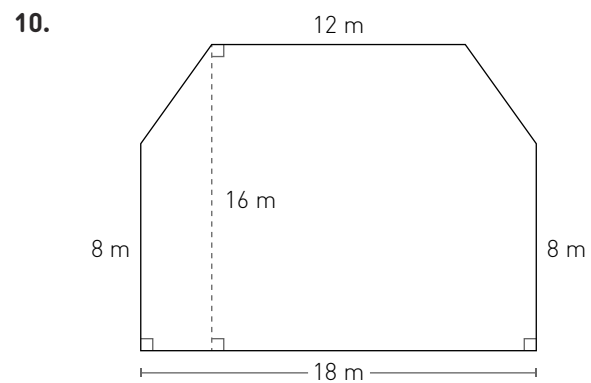
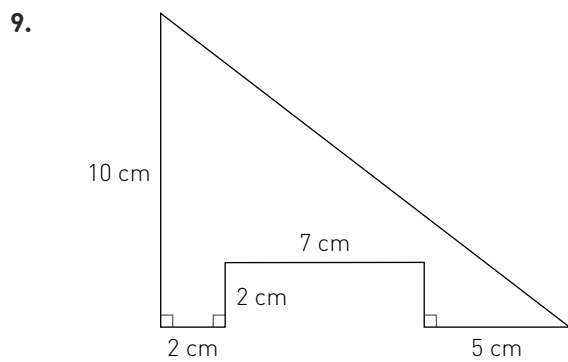
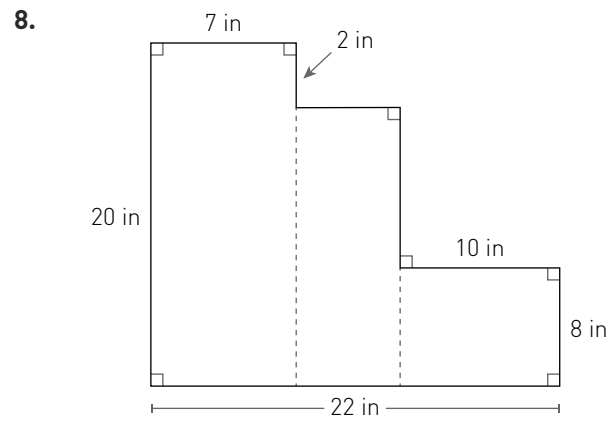
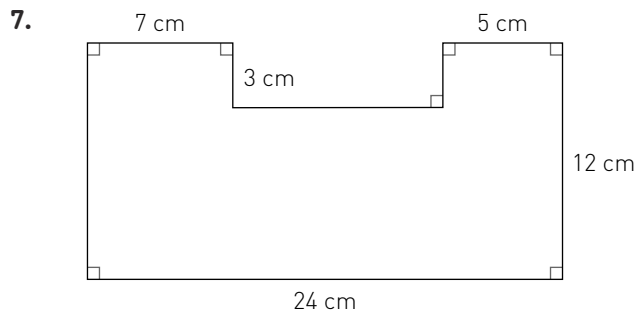


5.

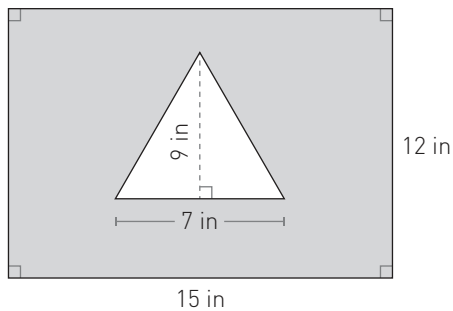


6.

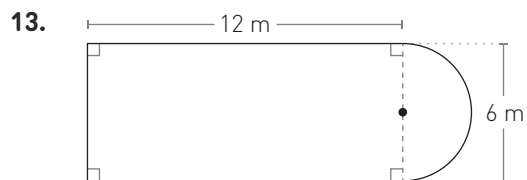
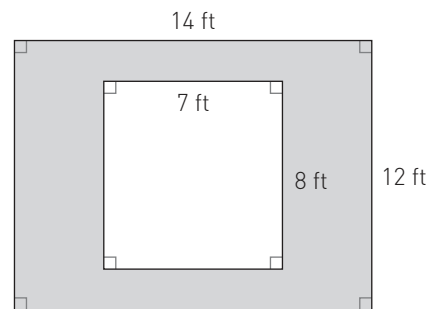




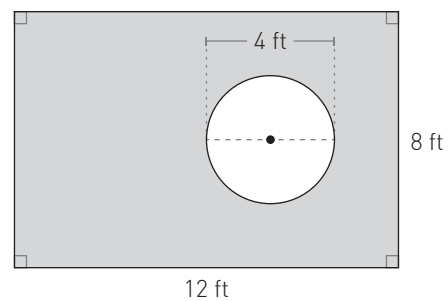
11. Determina el área de la región sombreada.



12. Determina el área de la región sombreada.



14. Determina el área de la región sombreada.



Respuestas

- | | | | | | | | | | |
|-----|----------------------|-----|--------------------|-----|--------------------|-----|---------------------|-----|-------------------|
| 1. | 158 ft^2 | 2. | 225 m^2 | 3. | 303 in^2 | 4. | 42 yd^2 | 5. | 95 m^2 |
| 6. | 172.5 m^2 | 7. | 252 cm^2 | 8. | 310 ft^2 | 9. | 56 cm^2 | 10. | 264 m^2 |
| 11. | 148.5 in^2 | 12. | 112 ft^2 | 13. | 86.1 m^2 | 14. | 83.4 ft^2 | | |

Volumen y área superficial de prismas

APOYO GUIADO DE COMPETENCIAS

Resumen

El volumen es un concepto tridimensional. Mide la cantidad de espacio interior de una figura tridimensional en unidades cúbicas, es decir, el número de cubos de 1 por 1 por 1 que caben dentro de una figura. El volumen de un prisma es el área de la base, B , multiplicada por la altura, h , del prisma. Ten en cuenta que cualquiera de las bases de un prisma tendrá la misma área, por lo que puedes usar el área de cualquiera de ellas.

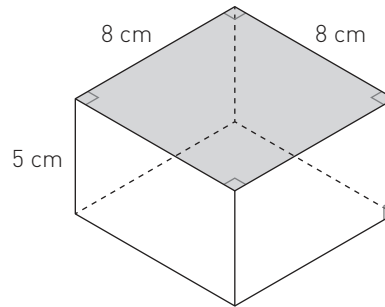
$$\text{Volumen} = (\text{área de la base}) \cdot (\text{altura}) \text{ o } V = Bh$$

El área superficial de un prisma es la suma de las áreas de todas sus caras, incluyendo las bases. Se expresa en unidades cuadradas.

Puedes encontrar más información en el recuadro de Métodos y significados de la Lección 9.2.3 del *Curso 2 de Core Connections en español*.

Ejemplos

1. Calcula el volumen y el área superficial del prisma cuadrado.



VOLUMEN

Calcula el área de una de las bases, que es un cuadrado.

$$\begin{aligned} B &= s^2 \\ &= 8^2 \\ &= 64 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Calcula el volumen de un prisma multiplicando el área de cualquiera de sus bases, B , por la altura, h , del prisma.

$$\begin{aligned} V &= Bh \\ &= 64 \cdot 5 \\ &= 320 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

ÁREA SUPERFICIAL

Calcula el área de las dos bases (superior e inferior). Hay dos bases cuadradas, y el área de una de las bases es 64 cm^2 (según los cálculos de volumen).

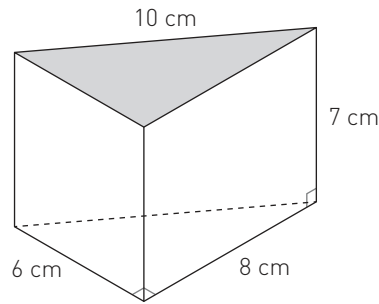
Calcula el área de cada cara lateral. Hay cuatro caras laterales y todas son rectángulos iguales.

$$8 \cdot 5 = 40 \text{ cm}^2$$

Calcula el área superficial sumando las áreas de las bases y las caras laterales.

$$64 + 64 + 40 + 40 + 40 + 40 = 288 \text{ cm}^2$$

2. Calcula el volumen y el área superficial del prisma triangular.



VOLUMEN

Calcula el área de una de las bases, que es un triángulo.

$$\begin{aligned} B &= \frac{1}{2}bh \\ &= \frac{1}{2}(8)(6) \\ &= 24 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

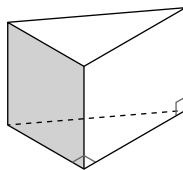
Calcula el volumen de un prisma multiplicando el área de cualquiera de sus bases, B , por la altura, h , del prisma.

$$\begin{aligned} V &= Bh \\ &= 24 \cdot 7 \\ &= 168 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

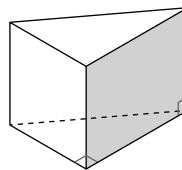
ÁREA SUPERFICIAL

Calcula el área de las dos bases (superior e inferior). Hay dos bases triangulares, y el área de una de las bases es 24 cm^2 (según los cálculos de volumen).

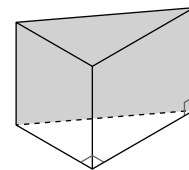
Calcula el área de cada cara lateral. Hay tres caras laterales y todas son rectángulos.



CARA 1



CARA 2



CARA 3

$$\text{Área de la cara 1: } 6 \cdot 7 = 42 \text{ cm}^2$$

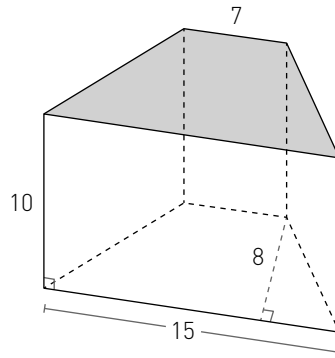
$$\text{Área de la cara 2: } 8 \cdot 7 = 56 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área de la cara 3: } 10 \cdot 7 = 70 \text{ cm}^2$$

Calcula el área superficial sumando las áreas de las bases y las caras laterales.

$$24 + 24 + 42 + 56 + 70 = 216 \text{ cm}^2$$

3. Calcula el volumen del prisma trapezoidal.



Calcula el área de una de las bases, que es un trapecio.

$$\begin{aligned} B &= \frac{1}{2}(b_1 + b_2)h \\ &= \frac{1}{2}(7 + 15) \cdot 8 \\ &= 88 \text{ unidades}^2 \end{aligned}$$

Calcula el volumen multiplicando el área de la base, B , por la altura, h .

$$\begin{aligned} V &= Bh \\ &= 88 \cdot 10 \\ &= 880 \text{ unidades}^2 \end{aligned}$$

4. Calcula la altura de un prisma recto con un volumen de 132.5 cm^3 y un área de base de 25 cm^2 .

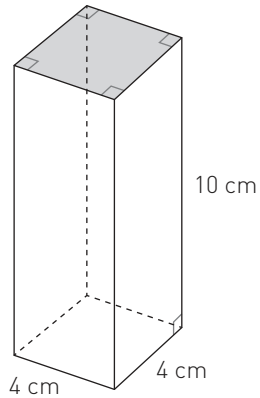
El volumen de un prisma se calcula multiplicando el área de la base por la altura del prisma. Si tienes el volumen, puedes usar operaciones inversas (división, en este caso) para calcular la dimensión que te falta del prisma.

$$\begin{aligned} V &= Bh \\ 132.5 &= 25(h) \\ \frac{132.5}{25} &= h \\ 5.3 \text{ cm} &= h \end{aligned}$$

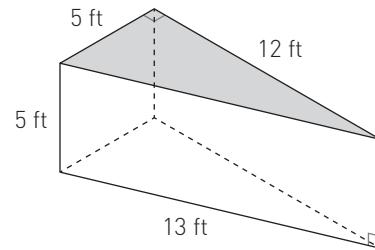
Práctica

Calcula el volumen y el área superficial de cada prisma. La base de cada figura está sombreada.

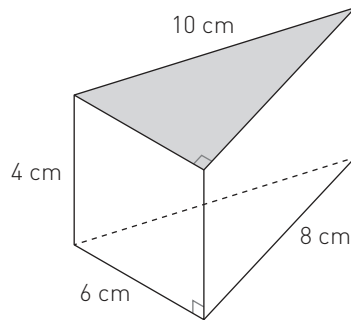
1.



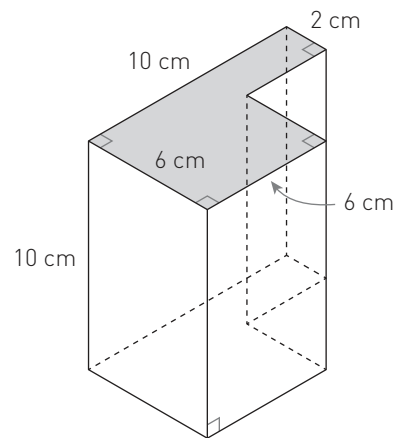
2.



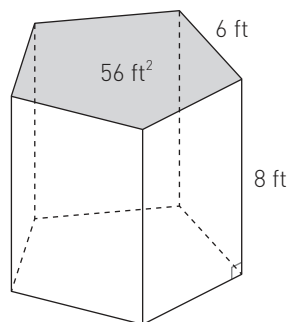
3.



4.



5. Todos los lados del pentágono de la base tienen la misma longitud de 6 pies.



6. Determina el volumen de un prisma rectangular con un área de base de 32 cm^2 y una altura de 1.5 cm.

7. Determina la altura de un prisma rectangular con un área de base de 32 cm^2 y un volumen de 176 cm^3 .

8. Determina el área de la base de un prisma triangular con un volumen de 47.01 cm^3 y una altura de 3.2 cm.

Respuestas

1. área superficial = 192 cm^2 , volumen = 160 cm^3
2. área superficial = 210 ft^2 , volumen = 150 ft^3
3. área superficial = 144 cm^2 , volumen = 96 cm^3
4. área superficial = 408 cm^2 , volumen = 440 cm^3
5. área superficial = 352 ft^2 , volumen = 448 ft^3
6. 48 cm^3
7. 5.5 cm
8. 14.69 cm^2