

Reduciendo términos semejantes

APOYO GUIADO DE COMPETENCIAS

Resumen

Las expresiones algebraicas también pueden simplificarse tomando términos que tienen la misma variable o variables elevadas a los mismos exponentes y reduciéndolos (sumando o restando) a un término. La competencia de reducir términos semejantes es necesaria para resolver ecuaciones. Para obtener más información, consulta el recuadro de Métodos y significados de la Lección 2.1.3 del *Curso 3 de Core Connections en español*.

Ejemplos

1. Reduce términos semejantes para reescribir la expresión $3x + 5x + 7x$ con la menor cantidad posible de términos.

Todos estos términos tienen x como variable, por lo que se pueden reducir para obtener un solo término: $15x$.

2. Reescribe la expresión $3x + 12 + 7x + 5$ con la menor cantidad posible de términos.

Los términos con x se pueden reducir. Los términos sin variables (constantes) también se pueden reducir.

$$\begin{aligned} &3x + 12 + 7x + 5 \\ &= 3x + 7x + 12 + 5 \\ &= 10x + 17 \end{aligned}$$

Ten en cuenta que, en la forma reescrita, el término con la variable aparece antes que el término constante.

3. Reescribe la expresión $5x + 4x^2 + 10 + 2x^2 + 2x - 6 + x - 1$ usando la menor cantidad posible de términos.

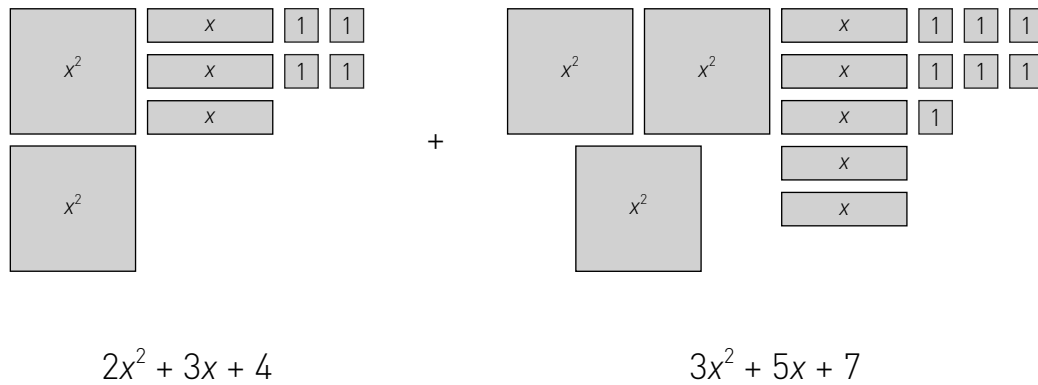
$$\begin{aligned} &5x + 4x^2 + 10 + 2x^2 + 2x - 6 + x - 1 \\ &= 4x^2 + 2x^2 + 5x + 2x + x + 10 - 6 - 1 \\ &= 6x^2 + 8x + 3 \end{aligned}$$

Ten en cuenta que los términos con la misma variable, pero con exponentes diferentes, no se reducen y se enlistan en orden decreciente según el exponente de la variable, y el término constante va en último lugar.

4. Reescribe la expresión $(2x^2 + 3x + 4) + (3x^2 + 5x + 7)$ usando la menor cantidad posible de términos.

Las fichas algebraicas se usan para representar cómo reducir términos semejantes.

El cuadrado grande representa x^2 , el rectángulo representa x y el cuadrado pequeño representa 1. Solo podemos reducir fichas que son semejantes: cuadrados grandes con cuadrados grandes, rectángulos con rectángulos y cuadrados pequeños con cuadrados pequeños. Si quieres reducir $2x^2 + 3x + 4$ y $3x^2 + 5x + 7$, visualiza las fichas para ayudar a reducir los términos semejantes:



La reducción de los dos conjuntos de fichas, escrita algebraicamente, es $5x^2 + 8x + 11$.

5. Reescribe la expresión $(2x^2 - 5x + 6) + (3x^2 + 4x - 9)$ usando la menor cantidad posible de términos.

En ocasiones, es útil tomar una expresión que está escrita en sentido horizontal, encerrar en círculos los términos y sus signos, y reescribir los términos semejantes en columnas verticales antes de reducirlos.

$$\begin{array}{c}
 \boxed{2x^2} \boxed{-} \boxed{5x} \boxed{+} \boxed{6} \boxed{+} \boxed{3x^2} \boxed{+} \boxed{4x} \boxed{-} \boxed{9} \\
 \longrightarrow \\
 \begin{array}{r}
 2x^2 - 5x + 6 \\
 + 3x^2 + 4x - 9 \\
 \hline
 5x^2 - x - 3
 \end{array}
 \end{array}$$

Práctica

Escribe las siguientes expresiones en la menor cantidad posible de términos.

1. $(2x^2 + 6x + 10) + (4x^2 + 2x + 3)$

2. $(3x^2 + x + 4) + (x^2 + 4x + 7)$

3. $(8x^2 + 3) + (4x^2 + 5x + 4)$

4. $(4x^2 + 6x + 5) - (3x^2 + 2x + 4)$

5. $(4x^2 - 7x + 3) + (2x^2 - 2x - 5)$

6. $(3x^2 - 7x) - (x^2 + 3x - 9)$

7. $(5x + 6) + (-5x^2 + 6x - 2)$

8. $2x^2 + 3x + x^2 + 4x - 3x^2 + 2$

9. $3c^2 + 4c + 7x - 12 + (-4c^2) + 9 - 6x$

10. $2a^2 + 3a^3 - 4a^2 + 6a + 12 - 4a + 2$

Respuestas

1. $6x^2 + 8x + 13$

2. $4x^2 + 5x + 11$

3. $12x^2 + 5x + 7$

4. $x^2 + 4x + 1$

5. $6x^2 - 9x - 2$

6. $2x^2 - 10x + 9$

7. $-5x^2 + 11x + 4$

8. $7x + 2$

9. $-c^2 + 4c + x - 3$

10. $3a^3 - 2a^2 + 2a + 14$

Reescribiendo expresiones

APOYO GUIADO DE COMPETENCIAS

Resumen

Un Tapete para expresiones es una herramienta de organización que se usa para representar expresiones algebraicas. Se pueden modificar pares de Tapetes para expresiones para crear un Tapete para ecuaciones. La mitad superior del Tapete para expresiones es la región positiva y la mitad inferior es la región negativa. Un par de fichas iguales, una positiva y la otra negativa, representa cero (0).

Las fichas se pueden quitar o mover en el Tapete para expresiones de una de las siguientes tres maneras:

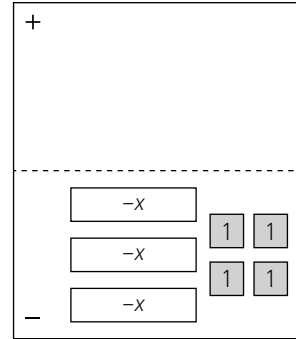
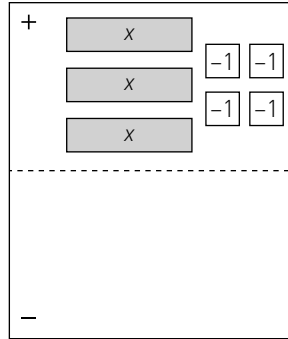
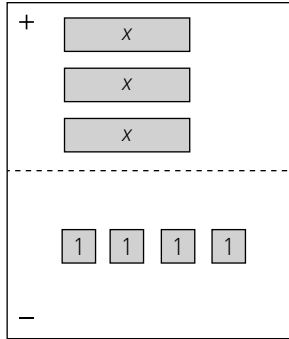
- quitando el mismo número de fichas opuestas de la misma región;
- volteando una ficha de una región a otra. Este movimiento crea “opuestos” de la ficha original: una ficha positiva en una región se vuelve negativa al pasarla a la otra región, y una ficha negativa en una región se vuelve positiva en la otra;
- quitando un mismo número de fichas idénticas de las regiones “+” y “-”.

Consulta el recuadro de Métodos y significados de la Lección 2.1.4 del *Curso 3 de Core Connections en español*.

Ejemplos

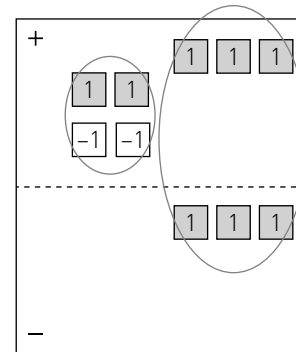
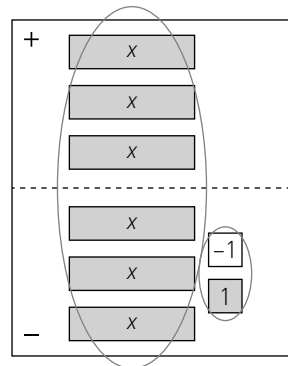
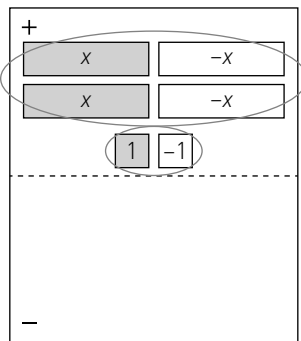
1. Representa la expresión $3x - 4$ en un Tapete para expresiones.

$3x - 4$ pueden representarse de diversas maneras.



2. Representa el valor de 0 en un Tapete para expresiones.

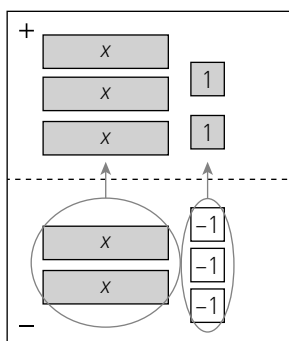
Los siguientes Tapetes para expresiones representan 0.



3. $3x + 2 - (2x - 3)$

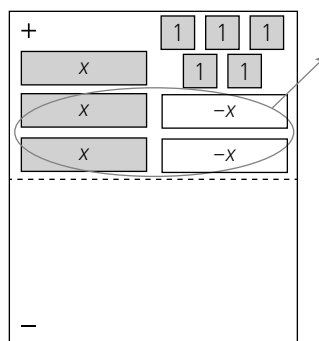
Reescribe expresiones moviendo fichas y eliminando ceros.

PASO 1



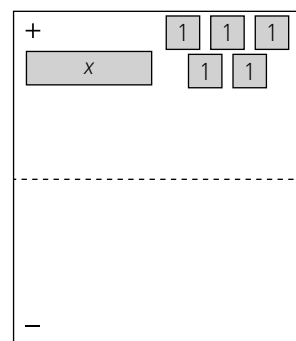
$$3x + 2 - (2x - 3)$$

PASO 2



$$3x + 2 - 2x + 3$$

PASO 3

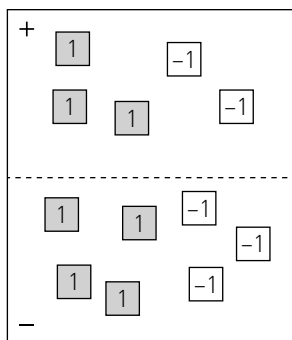


$$x + 5$$

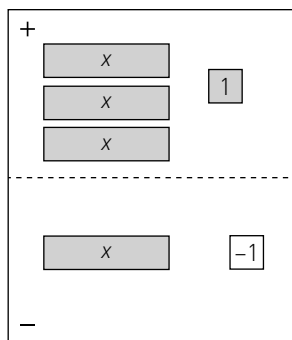
Práctica

Usa movimientos válidos para cada expresión.

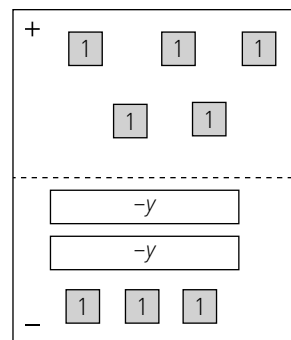
1.



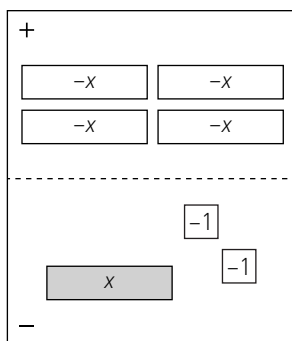
2.



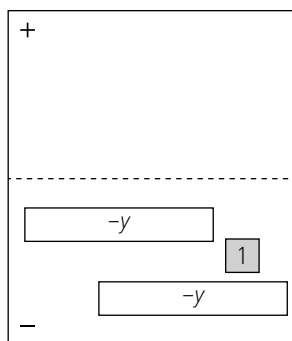
3.



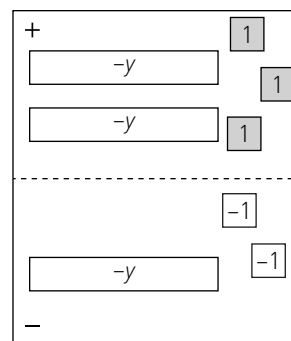
4.



5.



6.



7. $3 + 5x - 4 - 7x$

8. $-x - 4x - 7$

9. $-(-x + 3)$

10. $4x - (x + 2)$

11. $5x - (-3x + 2)$

12. $x - 5 - (2 - x)$

13. $1 - 2y - 2y$

14. $-3x + 5 + 5x - 1$

15. $3 - (y + 5)$

16. $-(x + y) + 4x + 2y$

17. $3x - 7 - (3x - 7)$

18. $-(x + 2y + 3) - 3x + y$

Respuestas

1. 0

4. $-5x + 2$

7. $-2x - 1$

10. $3x - 2$

13. $-4y + 1$

16. $3x + y$

2. $2x + 2$

5. $2y - 1$

8. $-5x - 7$

11. $8x - 2$

14. $2x + 4$

17. 0

3. $2y + 2$

6. $-y + 5$

9. $x - 3$

12. $2x - 7$

15. $-y - 2$

18. $-4x - y - 3$

Comparando cantidades

APOYO GUIADO DE COMPETENCIAS

Resumen

Reducir dos Tapetes para expresiones en un Tapete para comparación de expresiones crea un modelo concreto para reescribir (y después resolver) desigualdades y ecuaciones.

Las fichas se pueden quitar o mover en el tapete de las siguientes maneras:

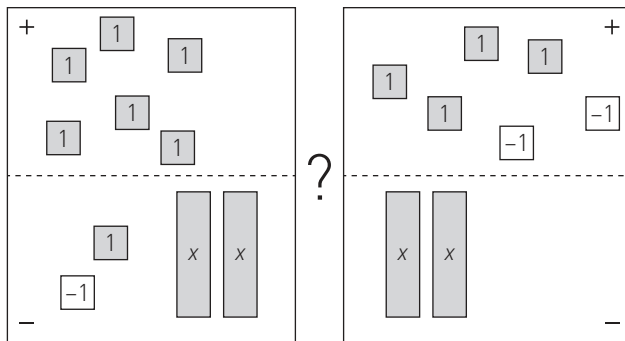
- quitando el mismo número de fichas opuestas (ceros) del mismo lado;
- quitando un número igual de fichas idénticas (conjunto equilibrado) del lado izquierdo y del lado derecho;
- añadiendo el mismo número de fichas opuestas (ceros) del mismo lado;
- añadiendo un número igual de fichas idénticas (conjunto equilibrado) del lado izquierdo y del lado derecho.

Estas estrategias se llaman “movimientos válidos”.

Después de añadir o quitar fichas en el Tapete para comparación de expresiones, se le pide al alumnado que diga qué lado es mayor. A veces, solo es posible determinar qué lado es mayor si se conocen los valores posibles de la variable.

Ejemplos

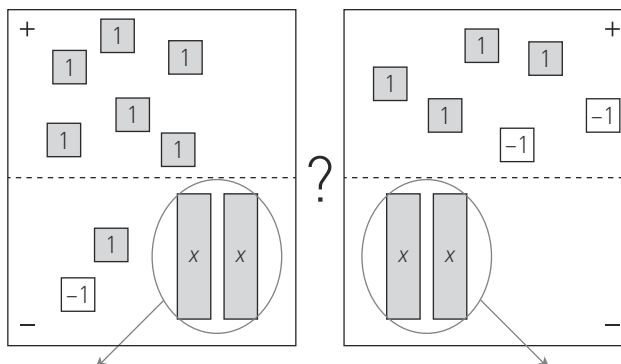
1. Determina qué lado es mayor usando movimientos válidos.



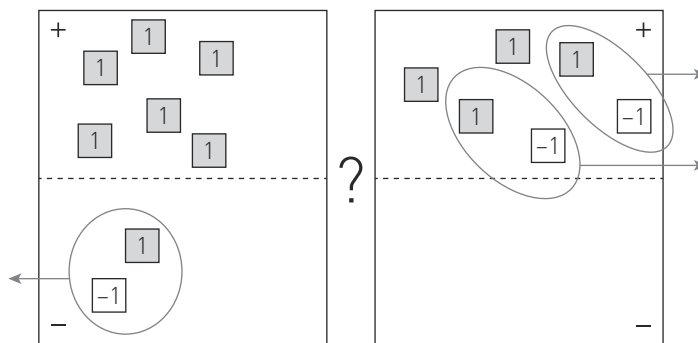
La solución se muestra en la página siguiente.

El ejemplo continúa de la página anterior.

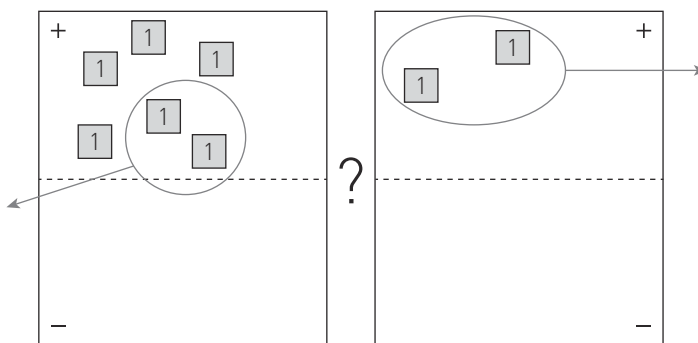
PASO 1: Elimina los conjuntos equilibrados



PASO 2: Elimina ceros.



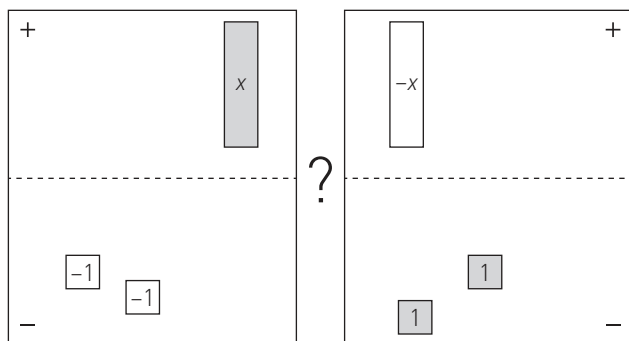
PASO 3: Elimina los conjuntos equilibrados



El lado izquierdo es mayor porque después del paso 3, queda $4 > 0$.

Ten en cuenta que este ejemplo solo muestra una de las varias estrategias posibles.

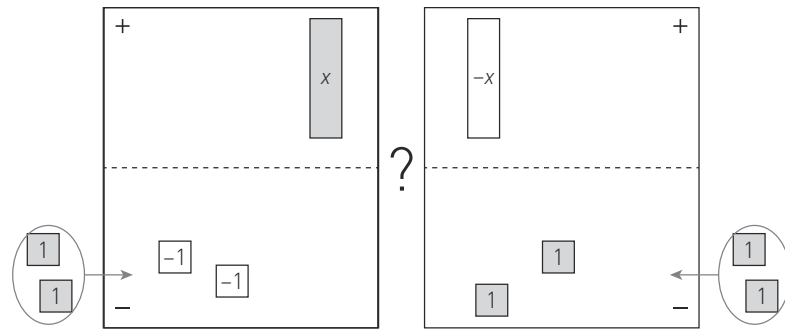
2. Determina qué lado es mayor usando movimientos válidos para todas las variables x que están de un lado y todas las fichas unitarias que están del otro.



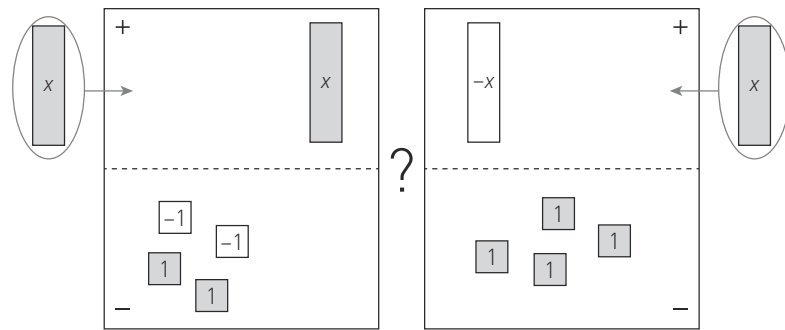
La solución se muestra en la página siguiente.

El ejemplo continúa de la página anterior.

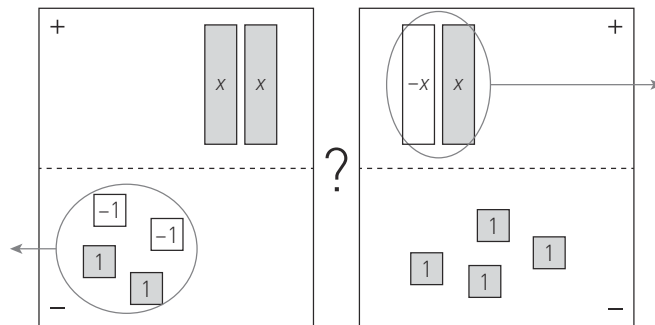
PASO 1: Suma el conjunto equilibrado.



PASO 2: Suma el conjunto equilibrado.



PASO 3: Elimina ceros.



Lo que queda es $2x$ del lado izquierdo y -4 del lado derecho. Hay otras configuraciones posibles. Cualquiera sea el argumento, no es posible determinar qué lado es mayor porque no conocemos el valor de " x ". Se espera que el alumnado anote los resultados algebraicamente como lo indica la persona que enseña. Se muestra una forma de anotación posible.

EXPRESIÓN IZQUIERDA EXPRESIÓN DERECHA

$$x + x - (-2 + 2) \quad ? \quad -x + x - (2 + 2)$$

$$2x \quad ? \quad 4$$

Práctica

Para cada uno de los siguientes problemas, usa las estrategias de quitar ceros o quitar conjuntos equilibrados para determinar qué lado es mayor, si es posible. Anota los pasos.

1.

2.

3.

4. Izquierda: $5 + (-8)$
Derecha: $-7 + 6$

5. Izquierda: $2(x + 3) - 2$
Derecha: $4x - 2 - x + 4$

6. Izquierda: $4 + (-2x) + 4x$
Derecha: $x^2 + 2x + 3 - x^2$

Para cada uno de los siguientes problemas, usa las estrategias de quitar ceros o añadir/quitar conjuntos equilibrados para que todas las variables x queden en un lado y las fichas unitarias en el otro. Anota los pasos.

7.

8.

9.

10. Izquierda: $3x - 2$
Derecha: $2x + 1$

11. Izquierda: $4x + 2 + (-5)$
Derecha: $2x + 3 + (-8)$

12. Izquierda: $2x + 3 + (-8)$
Derecha: $-x - 3$

Respuestas

Las respuestas a los problemas 7 a 12 pueden variar, pero no es posible determinar la comparación sin el valor de x .

- | | |
|--|---------------------------------------|
| 1. Izquierda. | 2. Derecha. |
| 3. La comparación depende del valor de x . | 4. Derecha. |
| 5. La comparación depende del valor de x . | 6. Izquierda. |
| 7. Izquierda: x ; derecha: 3. | 8. Izquierda: $3x$; derecha: 1. |
| 9. Izquierda: 1; derecha: x . | 10. Izquierda: x ; derecha: 3. |
| 11. Izquierda: $2x$; derecha: -2 . | 12. Izquierda: $3x$; derecha: -6 . |

Resolviendo ecuaciones

APOYO GUIADO DE COMPETENCIAS

Resumen

Reducir dos Tapetes para expresiones en un Tapete para ecuaciones crea un modelo concreto para resolver ecuaciones. Practicar resolver ecuaciones usando el modelo ayuda en la transición a resolver ecuaciones de forma abstracta con mayor precisión y comprensión.

En general, como se muestra en el primer ejemplo, un signo negativo delante de un conjunto de paréntesis hace que todo lo que está dentro de los paréntesis se voltee de arriba hacia abajo o de abajo hacia arriba en el Tapete para expresiones. Es decir, todos los términos de la expresión cambian de signo. Después de representar los paréntesis, usa movimientos válidos para que haya la menor cantidad posible de fichas en cada Tapete. Luego, despeja las variables en un lado del Tapete para ecuaciones y las no variables en el otro, sumando conjuntos equilibrados y quitando fichas iguales de ambos lados. A continuación, determina el valor de la variable. El alumnado debe poder explicar estos pasos. Consulta el recuadro de Métodos y significados de las lecciones 2.1.7 y 3.2.3 del *Curso 3 de Core Connections en español*. Para obtener más ejemplos y práctica, consulta el material del Punto de control 5 del *Curso 3 de Core Connections en español*.

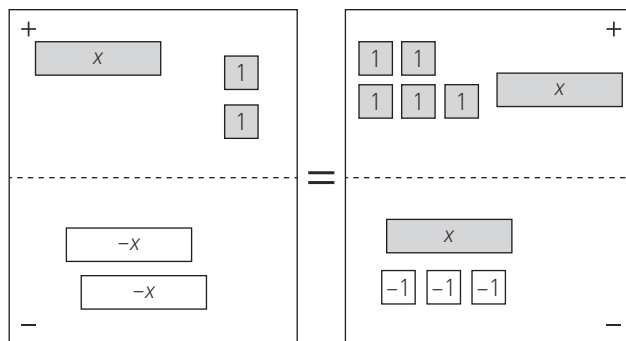
Una vez que el alumnado entiende cómo resolver ecuaciones con un Tapete para ecuaciones, puede usar la experiencia visual de mover fichas para resolver ecuaciones con variables y números. Los procedimientos para mover variables y números durante el proceso de resolución siguen las mismas reglas.

Nota: Cuando el proceso de resolver una ecuación termina con números diferentes en cada lado del signo de igualdad (por ejemplo, $2 = 4$), el problema no tiene solución. Cuando el resultado es la misma expresión o número en cada lado de la ecuación (por ejemplo, $x + 2 = x + 2$), significa que todos los números son soluciones. Consulta el recuadro de Métodos y significados de la Lección 3.2.4 del *Curso 3 de Core Connections en español*.

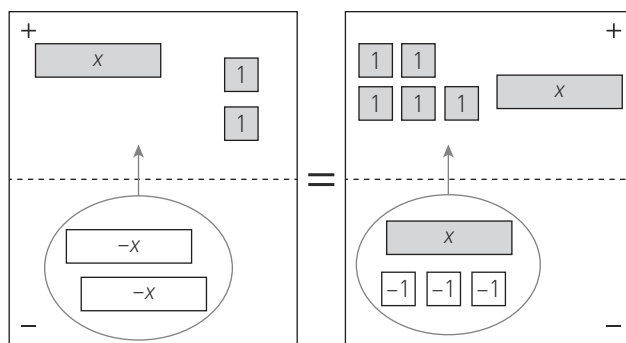
Ejemplos

1. Resuelve $x + 2 - (-2x) = x + 5 - (x - 3)$.

Primero, construye la ecuación que se representa en el Tapete para ecuaciones.



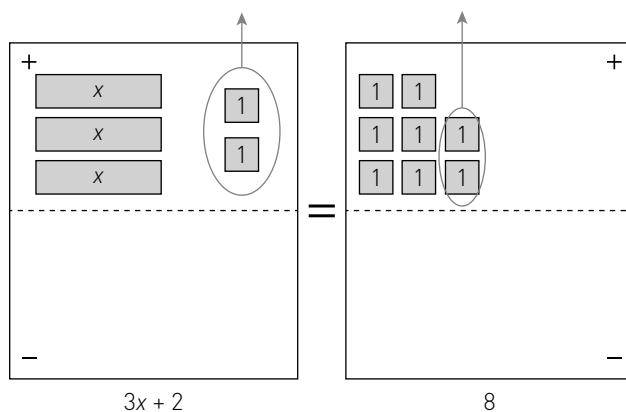
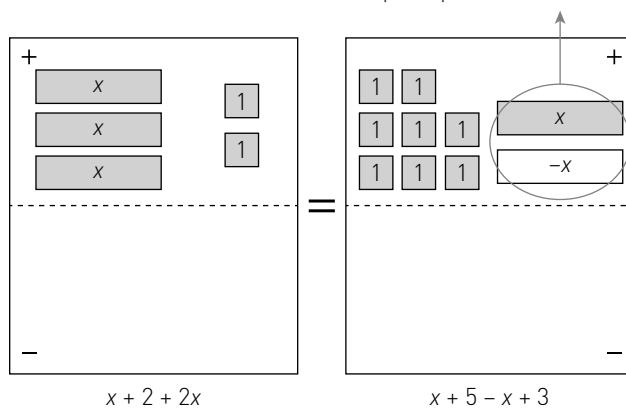
Segundo, voltea las fichas que están en la región negativa y colócalas en la región positiva.



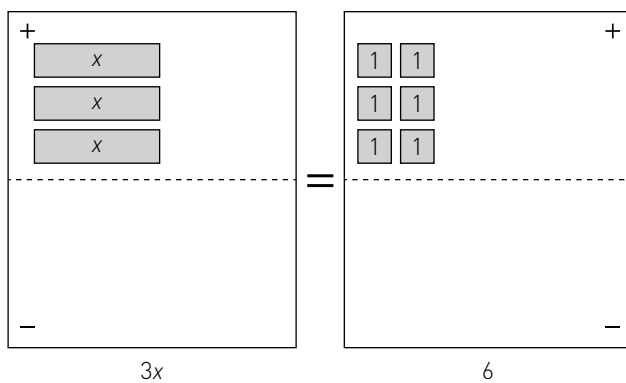
La solución continúa en la página siguiente.

La solución continúa de la página anterior.

Tercero, usa movimientos válidos de cada lado del Tapete para ecuaciones.



Despeja los términos con x en un lado y los demás términos en el otro eliminando las fichas iguales de ambos lados del Tapete para ecuaciones.



Por último, como ambos lados de la ecuación son iguales, determina el valor de x .

$$3x = 6$$

$$x = 2$$

2. $3x + 3x - 1 = 4x + 9$

$$3x + 3x - 1 = 4x + 9$$

$$6x - 1 = 4x + 9$$

$$2x = 10$$

$$x = 5$$

reescribe en menos términos
suma 1, resta $4x$ de cada lado
divide

3. $-2x + 1 - (-3x + 3) = -4 + (-x - 2)$

$$-2x + 1 - (-3x + 3) = -4 + (-x - 2)$$

$$-2x + 1 + 3x - 3 = -4 - x - 2$$

$$x - 2 = -x - 6$$

$$2x = -4$$

$$x = -2$$

elimina paréntesis (voltea)
reescribe en menos términos
suma x , suma 2 a cada lado
divide

Práctica

Resuelve cada ecuación.

1. $2x - 3 = -x + 3$

2. $1 + 3x - x = x - 4 + 2x$

3. $4 - 3x = 2x - 6$

4. $3 + 3x - (x - 2) = 3x + 4$

5. $-(x + 3) = 2x - 6$

6. $-4 + 3x - 1 = 2x + 1 + 2x$

7. $-x + 3 = 10$

8. $5x - 3 + 2x = x + 7 + 6x$

9. $4y - 8 - 2y = 4$

10. $9 - (1 - 3y) = 4 + y - (3 - y)$

11. $2x - 7 = -x - 1$

12. $-2 - 3x = x - 2 - 4x$

13. $-3x + 7 = x - 1$

14. $1 + 2x - 4 = -3 - (-x)$

15. $2x - 1 - 1 = x - 3 - (-5 + x)$

16. $-4x - 3 = x - 1 - 5x$

17. $10 = x + 6 + 2x$

18. $-(x - 2) = x - 5 - 3x$

19. $6 - x - 3 = 4x - 8$

20. $0.5x - (-x + 3) = x - 5$

Respuestas

1. $x = 2$

3. $x = 2$

5. $x = 1$

7. $x = -7$

9. $y = 6$

11. $x = 2$

13. $x = 2$

15. $x = 2$

17. $x = 1\frac{1}{3}$

19. $x = 2\frac{1}{5}$

2. $x = 5$

4. $x = 1$

6. $x = -6$

8. ninguna solución

10. $y = -7$

12. todos los números

14. $x = 0$

16. ninguna solución

18. $x = -7$

20. $x = -4$