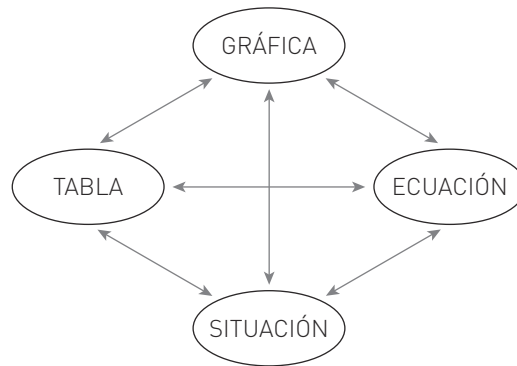


Representaciones múltiples

APOYO GUIADO DE COMPETENCIAS

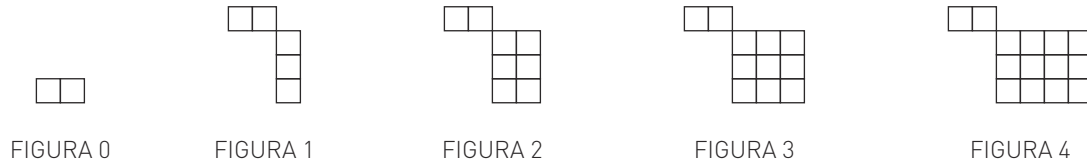
Resumen

La primera parte del Capítulo 4 del *Curso 3 de Core Connections en español* reúne varias maneras de representar la misma relación. La base para cualquier relación es un patrón uniforme que conecte el valor de entrada y el de salida. En este curso se usan patrones de fichas para ayudar a visualizar relaciones algebraicas. (Nota: En este curso, los patrones se consideran relaciones continuas y se grafican mediante una recta o curva continua). Estas relaciones también pueden representarse en una gráfica, en una tabla o como una ecuación. En cada situación, todas las representaciones muestran la misma relación. El alumnado aprende cómo usar cada formato para representar relaciones y también cómo pasar de una representación a otra. En este curso, se usa el siguiente diagrama para mostrar las conexiones entre las diversas maneras de representar una relación, y este diagrama se llama “Red de representaciones”. Consulta el recuadro de Métodos y significados de la Lección 4.1.7 del *Curso 3 de Core Connections en español*. Para obtener más ejemplos y práctica, consulta el material del Punto de control 6 del *Curso 3 de Core Connections en español*.



Ejemplos

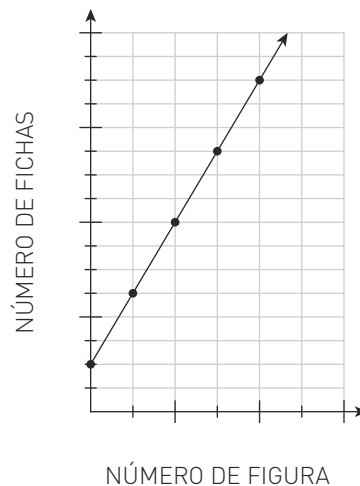
1. Las relaciones lineales representan crecimiento. Por ejemplo, un patrón de fichas simple puede comenzar con dos fichas e incrementarse por tres fichas en cada figura sucesiva, como se muestra.



La imagen de las figuras de fichas también puede describirse con una ecuación en la forma $y = mx + b$, donde x e y son variables, m representa la tasa de crecimiento y b representa el valor inicial del patrón. En este ejemplo, la ecuación es $y = 3x + 2$, donde 2 representa el número de fichas en la primera figura (normalmente llamada “Figura 0”), y 3 es el “factor de crecimiento” que describe la tasa a la que cada figura siguiente añade fichas respecto de la figura anterior. Esta relación también puede representarse en una tabla, llamada “tabla (x, y) ” como se muestra.

Número de figura	0	1	2	3	4
Número de fichas	2	5	8	11	14

Por último, la relación puede representarse en una gráfica de coordenadas xy graficando los puntos de la tabla como se muestra.



Los puntos marcados en la gráfica representan el patrón de fichas. La recta representa todos los puntos descritos por la ecuación $y = 3x + 2$.

2. Usa el patrón de fichas que se muestra para responder las partes (a) a (c).

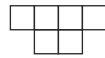


FIGURA 1

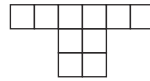


FIGURA 2

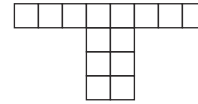


FIGURA 3

- a. Dibuja las figuras 0, 4 y 5.



FIGURA 0

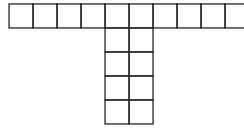


FIGURA 4

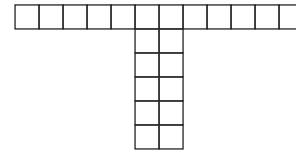


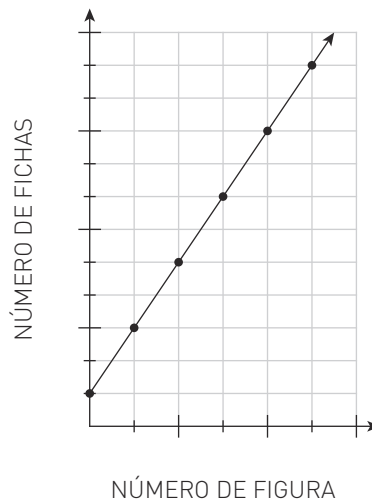
FIGURA 5

- b. Usa el patrón para predecir el número de fichas en la figura 100, y describe esta figura. Escribe una regla que te dará el número de fichas de cualquier figura.

Cada figura suma cuatro fichas: dos fichas en la fila superior y dos fichas en la parte inferior de la figura. La figura 0 tiene dos fichas, entonces la regla es $y = 4x + 2$, y la figura 100 tiene $4(100) + 2 = 402$ fichas. En la figura 100, hay 202 fichas en la fila superior y 200 fichas en la parte inferior.

- c. Anota los datos para las primeras seis fichas (las figuras 0 a 5) en una tabla y grafica los datos.

Número de figura	0	1	2	3	4	5
Número de fichas	2	6	10	14	18	22

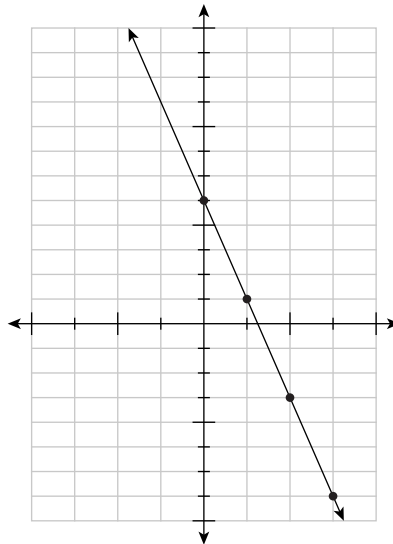


3. Usa la tabla para determinar la regla que describa el patrón en la forma $y = mx + b$.

Entrada (x)	-2	-1	0	1	2	3	4	5	x
Salida (y)	-8	-5	-2	1	4	7	10	13	

La diferencia constante entre los valores de salida es la tasa de crecimiento y corresponde al valor de m . El valor de salida asociado al valor de entrada $x = 0$ es el valor inicial y corresponde al valor de b . Por lo tanto, esta tabla puede describirse usando la regla: $y = 3x - 2$. Nota: Si no hay una diferencia constante entre los valores de salida para los valores de entrada de enteros consecutivos, entonces la regla para el patrón no puede escribirse en la forma $y = mx + b$.

4. Usa la gráfica para crear una tabla (x, y) , después escribe una regla para el patrón que representa.



Primero, traslada las coordenadas de los puntos a una tabla (x, y) .

Entrada (x)	0	1	2	3	x
Salida (y)	5	1	-3	-7	

Usando el método descrito en el ejemplo 3, es decir, observar que la tasa de crecimiento entre los valores de salida es -4 y el valor de y en $x = 0$ es 5 , la regla es $y = -4x + 5$.

Práctica

1. Según el siguiente patrón de fichas, dibuja las figuras 0, 4 y 5. Luego, determina una regla que te dará el número de fichas de cualquier figura. A continuación, úsala para determinar el número de fichas en la figura 100. Por último, anota los datos para las primeras seis figuras (de la 0 a la 5) en una tabla y grafica los datos.

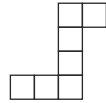


FIGURA 1

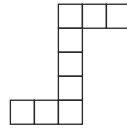


FIGURA 2

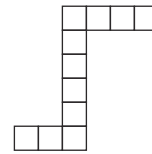


FIGURA 3

2. Según el siguiente patrón de fichas, dibuja las figuras 0, 4 y 5. Luego, determina una regla que te dará el número de fichas de cualquier figura. A continuación, úsala para determinar el número de fichas en la figura 100. Por último, anota los datos para las primeras seis figuras (de la 0 a la 5) en una tabla y grafica los datos.



FIGURA 1

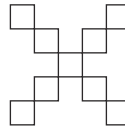


FIGURA 2

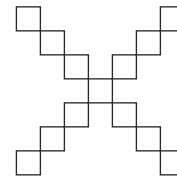


FIGURA 3

Usa los patrones de las tablas y las gráficas para escribir reglas para cada relación.

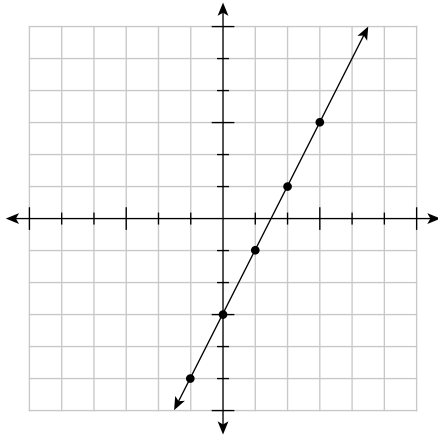
3.

Entrada (x)	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
Salida (y)	-11	-8	-5	-2	1	4	7	10	13

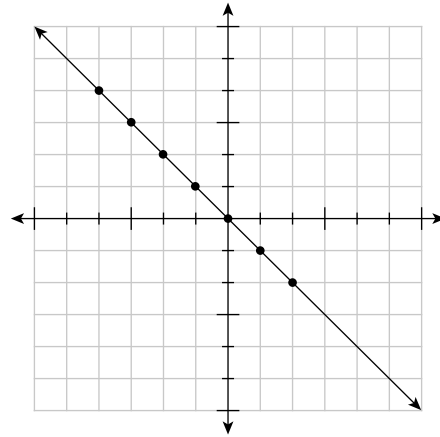
4.

Entrada (x)	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
Salida (y)	10	8	6	4	2	0	-2	-4	-6

5.



6.



Respuestas

1.



FIGURA 0

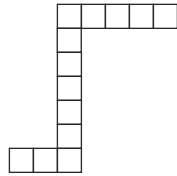


FIGURA 4

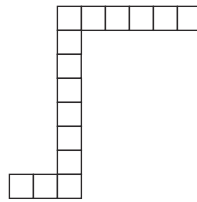
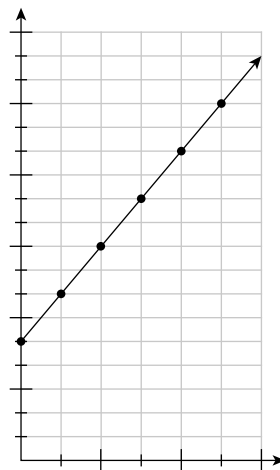


FIGURA 5

La regla es $y = 2x + 5$. La figura 100 tendrá 205 fichas. Tendrá una base de tres fichas, con 102 fichas extendidas hacia arriba desde la ficha de la derecha en la base y 100 fichas extendidas hacia la derecha de la ficha de arriba en sentido vertical sobre la base.

Número de figura	0	1	2	3	4	5
Número de fichas	5	7	9	11	13	15



2.



FIGURA 0

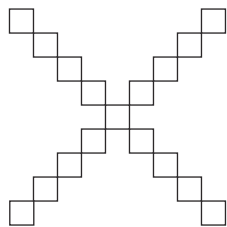


FIGURA 4

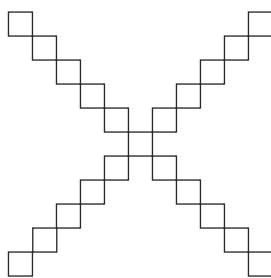
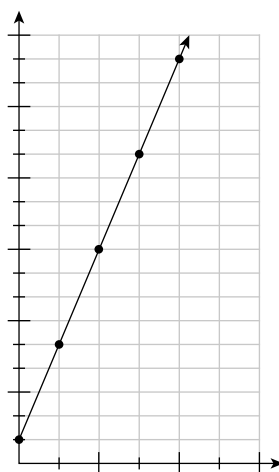


FIGURA 5

La regla es $y = 4x + 1$. La figura 100 tendrá 401 fichas en forma de “X” con 100 fichas en cada “brazo” de la X, todas conectadas a un único cuadrado en el centro.

Número de figura	0	1	2	3	4	5
Número de fichas	1	5	9	13	17	21



3. $y = 3x - 2$

4. $y = -2x + 4$

5. $y = 2x - 3$

6. $y = -x$

Gráficas lineales usando $y = mx + b$

APOYO GUIADO DE COMPETENCIAS

Resumen

La pendiente (tasa de cambio) es un número que indica la inclinación (u horizontalidad) de una recta, así como su dirección (ascendente o descendente) de izquierda a derecha. La pendiente se determina por la razón $\frac{\text{cambio en } y}{\text{cambio en } x}$ entre dos puntos cualesquiera de una recta. Algunos libros y personas que enseñan se refieren a esta razón como el "ascenso" (y) sobre el "recorrido" (x).

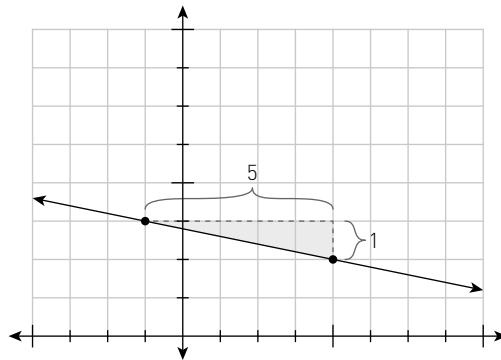
Para las rectas que suben (de izquierda a derecha), el signo de la pendiente es positivo. Para las rectas que bajan (de izquierda a derecha), el signo de la pendiente es negativo.

Cualquier ecuación lineal escrita como $y = mx + b$, donde tanto m como b son cualquier número real, está en la forma pendiente-intersección. m es la pendiente de la recta. b es la intersección- y , lo que significa que el punto $(0, b)$ es donde la recta se interseca (atraviesa) con el eje y .

Ejemplos

- ¿Cuál es la pendiente de la recta que contiene los puntos $(-1, 3)$ y $(4, 2)$.

Primero, grafica los dos puntos y dibuja la recta a través de ellos. Determina y dibuja el triángulo de pendiente usando los dos puntos dados.



Escribe la razón $\frac{\text{cambio vertical en } y}{\text{cambio horizontal en } x}$ usando los catetos del triángulo rectángulo: $\frac{1}{5}$.

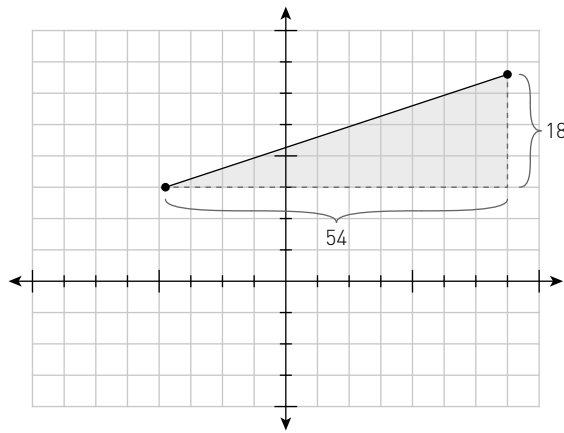
Asigna un valor positivo o negativo a la pendiente según si la recta sube (+) o baja (-) de izquierda a derecha. La pendiente es $-\frac{1}{5}$.

2. ¿Cuál es la pendiente de la recta que contiene los puntos $(-19, 15)$ y $(35, 33)$.

Como estos puntos no son fáciles de graficar, usa un “triángulo de pendiente genérico” para visualizar dónde se ubica cada punto en relación con el otro y con los ejes.

Ubica los puntos en la gráfica.

Dibuja el triángulo de pendiente y determina la longitud de cada cateto. Escribe la razón de y a x : $\frac{18}{54} = \frac{1}{3}$. La pendiente es $\frac{1}{3}$.



3. A partir de la tabla, determina la tasa de cambio (pendiente) y la ecuación de la recta.

x	-2	0	2	4
y	1	4	7	10

		+2	+2	+2	
		↘	↘	↘	
x	-2	0	2	4	
y	1	4	7	10	
		↗	↗	↗	
		+3	+3	+3	

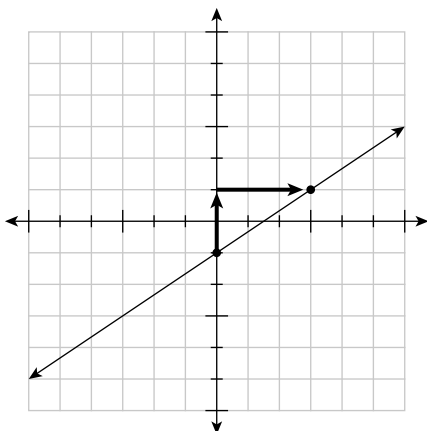
Tasa de cambio = $\frac{3}{2}$

Intersección- $y = (0, 4)$

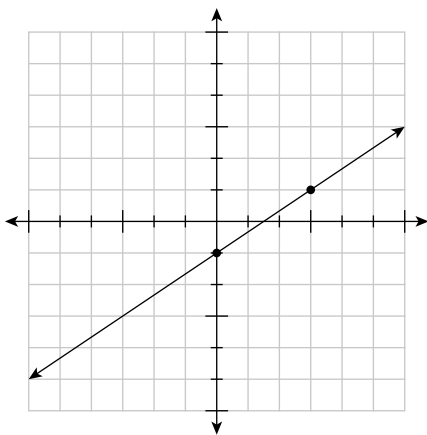
La ecuación de esta recta es $y = \frac{3}{2}x + 4$.

4. Grafica la ecuación lineal $y = \frac{2}{3}x - 1$.

Usando $y = mx + b$, la pendiente en $y = \frac{2}{3}x - 1$ es $\frac{2}{3}$ y la intersección- y es el punto $(0, -1)$. Para graficar, comienza en la intersección- y $(0, -1)$. Recuerda que la pendiente es $\frac{\text{cambio vertical}}{\text{cambio horizontal}}$, entonces, sube 2 unidades (porque el 2 es positivo) desde $(0, -1)$ y después desplázate hacia la derecha 3 unidades. Así marcarás un segundo punto en la gráfica.



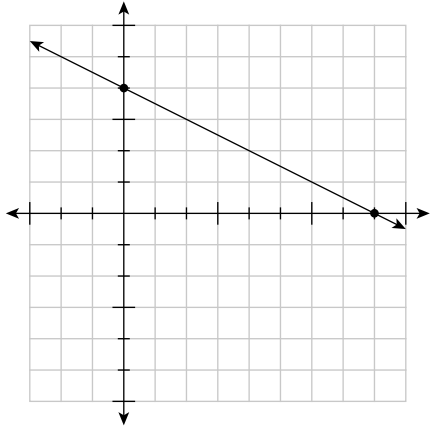
Para crear la gráfica, dibuja una recta que pase por los dos puntos.



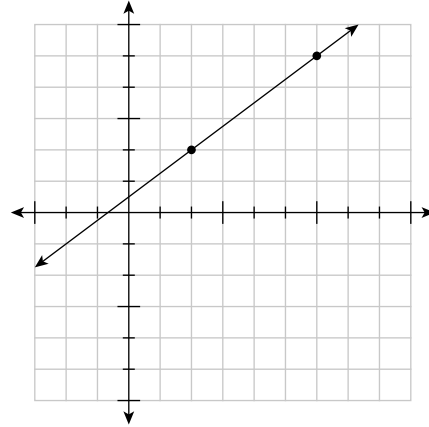
Práctica

Determina la pendiente de cada recta usando los puntos marcados.

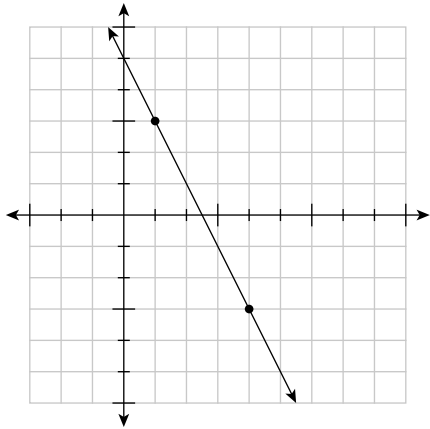
1.



2.



3.



Determina la pendiente de la recta que contiene cada par de puntos. Dibuja un triángulo de pendiente para visualizar el cambio vertical y horizontal.

4. $(2, 3)$ y $(5, 7)$

5. $(2, 5)$ y $(9, 4)$

6. $(1, -3)$ y $(7, -4)$

7. $(-2, 1)$ y $(3, -3)$

8. $(-2, 5)$ y $(4, 5)$

9. $(5, 8)$ y $(3, 5)$

Usa un triángulo de pendiente para determinar la pendiente de la recta que contiene cada par de puntos.

10. $(50, 40)$ y $(30, 75)$

11. $(10, 39)$ y $(44, 80)$

12. $(5, -13)$ y $(-51, 10)$

Identifica la pendiente y la intersección-y en cada ecuación.

13. $y = \frac{1}{2}x - 2$

14. $y = -3x + 5$

15. $y = 4x$

16. $y = -\frac{2}{3}x + 1$

17. $y = x - 7$

18. $y = 5$

Dibuja una gráfica para determinar la ecuación de la recta con las características especificadas.

19. pendiente = $\frac{1}{2}$ y que pase por (2, 3)

20. pendiente = $\frac{2}{3}$ y que pase por (3, -2)

21. pendiente = $-\frac{1}{3}$ y que pase por (3, -1)

22. pendiente = -4 y que pase por (-3, 8)

Para cada tabla, determina la tasa de cambio y la ecuación. Asegúrate de anotar si la tasa de cambio es positiva o negativa *tanto para x como para y*.

23.

x	-2	-1	0	1	2
y	-5	-2	1	4	7

24.

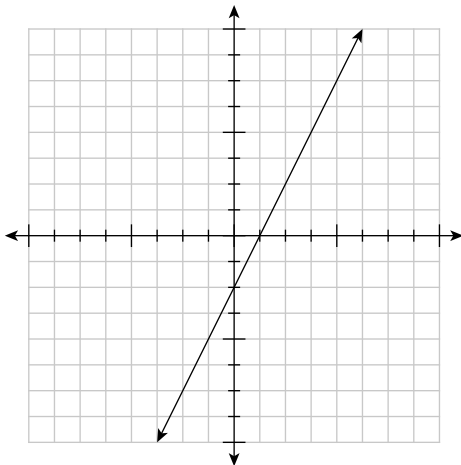
x	-2	0	2	4	6
y	7	3	-1	-5	-9

25.

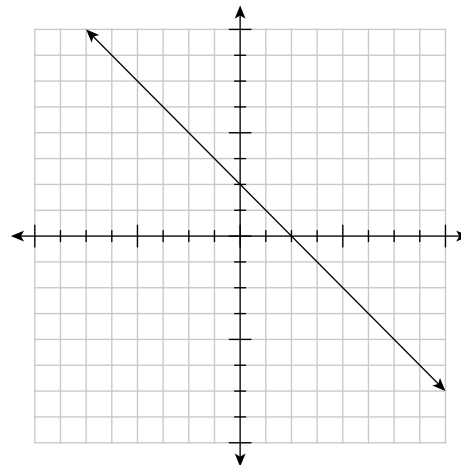
x	-6	-3	0	3	6
y	-3	-1	1	3	5

Usando la pendiente y la intersección-y, determina la ecuación de la recta.

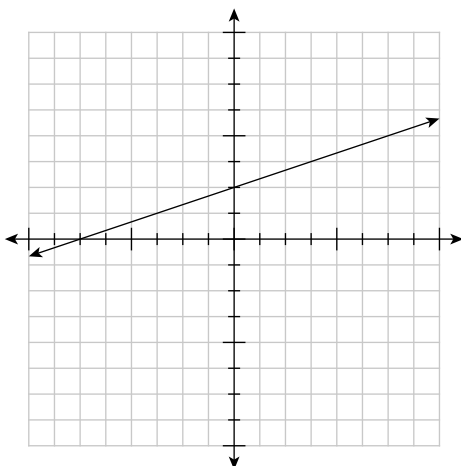
26.



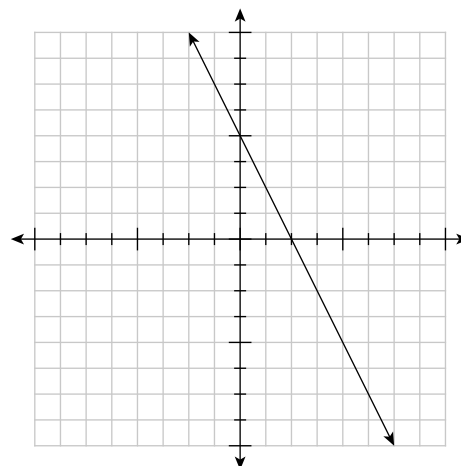
27.



28.



29.



Grafica las siguientes ecuaciones lineales en papel cuadriculado.

30. $y = \frac{1}{2}x + 2$

31. $y = -\frac{3}{5}x + 1$

32. $y = -4x$

33. $y = -2x + \frac{1}{2}$

34. $3x + 2y = 12$

Respuestas

1. $-\frac{1}{2}$

2. $\frac{3}{4}$

3. -2

4. $\frac{4}{3}$

5. $-\frac{1}{7}$

6. $-\frac{1}{6}$

7. $-\frac{4}{5}$

8. 0

9. $\frac{3}{2}$

10. $-\frac{35}{20} = -\frac{7}{4}$

11. $\frac{41}{34}$

12. $-\frac{23}{56}$

13. $\frac{1}{2}; (0, -2)$

14. $-3; (0, 5)$

15. $4; (0, 0)$

16. $-\frac{2}{3}; (0, 1)$

17. $1; (0, -7)$

18. $0; (0, 5)$

19. $y = \frac{1}{2}x + 2$

20. $y = \frac{2}{3}x - 4$

21. $y = -\frac{1}{3}x$

22. $y = -4x - 4$

23. $3; y = 3x + 1$

24. $-2; y = -2x + 3$

25. $\frac{2}{3}; y = \frac{1}{2}x + 2$

26. $y = 2x - 2$

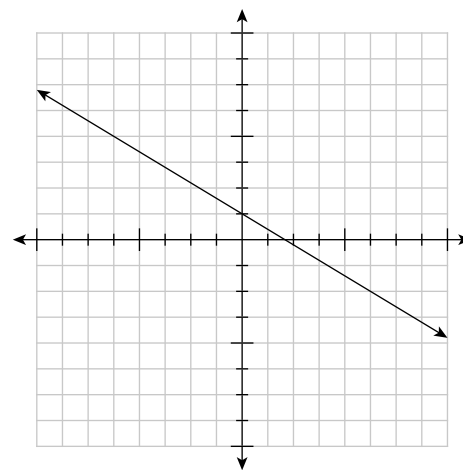
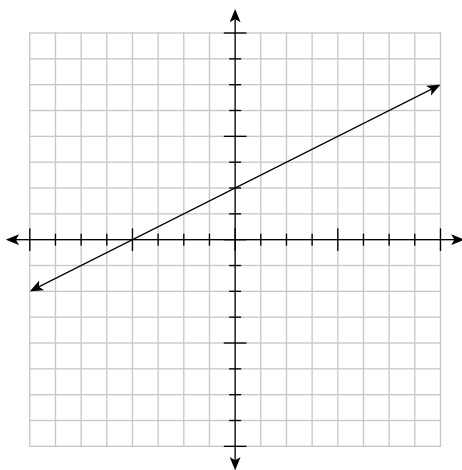
27. $y = -x + 2$

28. $y = \frac{1}{3}x + 2$

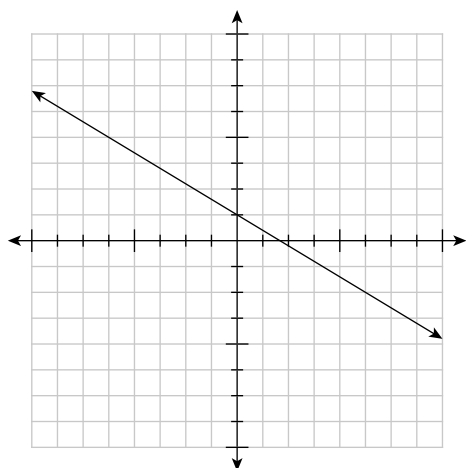
29. $y = -2x + 4$

30. $y = \frac{1}{2}x + 2$

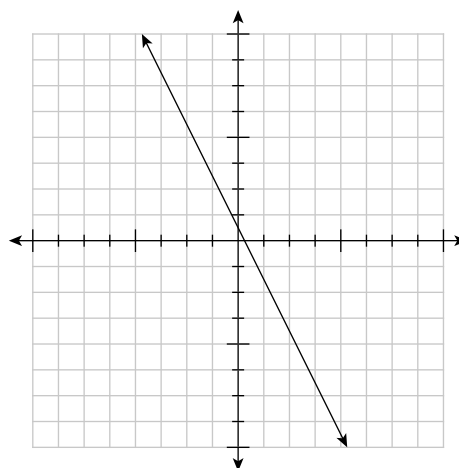
31. $y = -\frac{3}{5}x + 1$



32. $y = -4x$



33. $y = -2x + \frac{1}{2}$



34. $y = -\frac{3}{2}x + 6$

