

Resolviendo ecuaciones con múltiples variables

APOYO GUIADO DE COMPETENCIAS

Panorama general

Resolver una ecuación con más de una variable implica el mismo proceso que resolver una ecuación con una sola variable. La única diferencia es que, en lugar de que la respuesta siempre sea un número, puede haber una expresión que incluya números y variables. Se pueden seguir los mismos pasos: eliminar los paréntesis, reescribir reduciendo términos semejantes, eliminar lo que sea igual en ambos lados de la ecuación, mover las variables que se despejarán a un lado de la ecuación y el resto de las variables al otro, y dividir o multiplicar.

Ejemplos

1. Resuelve $3x - 2y = 6$ para determinar el valor de y .

$$\begin{array}{ll}
 3x - 2y = 6 & \\
 -2y = -3x + 6 & \text{Resta } 3x. \\
 y = \frac{-3x + 6}{-2} & \text{Divide por } -2. \\
 y = \frac{3}{2}x - 3 & \text{Reescribe con menos términos.}
 \end{array}$$

2. Resuelve $7 + 2(x + y) = 11$ para determinar el valor de x .

$$\begin{array}{ll}
 7 + 2(x + y) = 11 & \\
 2(x + y) = 4 & \text{Resta } 7. \\
 2x + 2y = 4 & \text{Distribuye el } 2. \\
 2y = -2x + 4 & \text{Resta } 2x. \\
 y = \frac{-2x + 4}{2} & \text{Divide por } 2. \\
 y = -x + 2 & \text{Reescribe con menos términos.}
 \end{array}$$

3. Resuelve $y = 3x - 4$ para determinar el valor de x .

$$\begin{array}{ll}
 y = 3x - 4 & \\
 y + 4 = 3x & \text{Suma } 4. \\
 \frac{y + 4}{3} = x & \text{Divide por } 3.
 \end{array}$$

4. Resuelve $I = prt$ para determinar el valor de t .

$$\begin{aligned} I &= prt \\ \frac{I}{pr} &= t \end{aligned}$$

Divide por pr .

Práctica

Resuelve cada ecuación para determinar el valor de la variable especificada.

- | | | |
|--------------------------------|----------------------------------|--------------------------------|
| 1. y en $5x + 3y = 15$ | 2. x en $5x + 3y = 15$ | 3. w en $2l + 2w = P$ |
| 4. m en $4n = 3m - 1$ | 5. a en $2a + b = c$ | 6. a en $b - 2a = c$ |
| 7. p en $6 - 2(q - 3p) = 4p$ | 8. x en $y = \frac{1}{4}x - 1$ | 9. r en $4(r - 3s) = r - 5s$ |

Respuestas

También es posible usar otras formas equivalentes.

- | | | |
|----------------------------|----------------------------|---|
| 1. $y = -\frac{5}{3}x + 5$ | 2. $x = -\frac{3}{5}y + 3$ | 3. $w = -l + \frac{P}{2}$ |
| 4. $m = \frac{4n+1}{3}$ | 5. $a = \frac{c-b}{2}$ | 6. $a = \frac{c-b}{-2}$ o $\frac{b-c}{2}$ |
| 7. $p = q - 3$ | 8. $x = 4y - 4$ | 9. $r = \frac{7s}{3}$ |

Resolviendo ecuaciones con coeficientes fraccionarios

APOYO GUIADO DE COMPETENCIAS

Panorama general

El alumnado usó factores de escala (multiplicadores) para agrandar y reducir figuras, y también para incrementar o disminuir cantidades. Para convertir las cantidades o longitudes originales a otras nuevas, todas las cantidades o longitudes originales deben multiplicarse por el factor de escala. Para revertir este proceso y volver de la escala nueva a la original, los nuevos valores se dividen por el factor de escala. Dividir por un factor de escala es lo mismo que multiplicar por un recíproco, y este concepto también es útil para resolver ecuaciones con coeficiente fraccionarios en un paso. Para eliminar un coeficiente fraccionario, se divide cada término de la ecuación por el coeficiente o se multiplica cada término por el recíproco del coeficiente.

Para eliminar fracciones en ecuaciones más complicadas, se usa un “eliminador de fracciones”. Multiplicar todos los términos de una ecuación por un denominador común eliminará todas las fracciones de la ecuación. Entonces la ecuación puede resolverse de la forma habitual.

Puedes encontrar más información en el recuadro de Métodos y significados de la Lección 5.2.1 del *Curso 3 de Core Connections en español*. Puedes encontrar más ejemplos y práctica en el material del Punto de control 7 del *Curso 3 de Core Connections en español*.

Ejemplos

1. Resuelve: $\frac{2}{3}x = 12$

MÉTODO 1

Usa división y denominadores comunes.

$$\frac{2}{3}x = 12$$

$$\frac{\frac{2}{3}x}{\frac{2}{3}} = \frac{12}{\frac{2}{3}}$$

$$x = \frac{12}{\frac{2}{3}}$$

$$x = 12 \div \frac{2}{3}$$

$$x = \frac{36}{3} \div \frac{2}{3}$$

$$x = \frac{36}{2}$$

$$x = 18$$

MÉTODO 2

Usa recíprocos.

$$\frac{2}{3}x = 12$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{2}{3}x\right) = (12)\left(\frac{3}{2}\right)$$

$$x = 18$$

2. Resuelve: $\frac{x}{2} + \frac{x}{5} = 6$

Multiplicar por 10 (el denominador común) eliminará las fracciones.

$$\begin{aligned}\frac{x}{2} + \frac{x}{5} &= 6 \\ (10)\left(\frac{x}{2} + \frac{x}{5}\right) &= (6)(10) \\ (10)\left(\frac{x}{2}\right) + (10)\left(\frac{x}{5}\right) &= (6)(10) \\ 5x + 2x &= 60 \\ 7x &= 60 \\ x &= \frac{60}{7} \\ x &= 8.57\end{aligned}$$

Práctica

Resuelve cada ecuación.

1. $\frac{3}{4}x = 60$

2. $\frac{2}{5}x = 42$

3. $\frac{3}{5}y = 40$

4. $-\frac{8}{3}m = 6$

5. $\frac{3x+1}{2} = 5$

6. $\frac{x}{3} - \frac{x}{5} = 3$

7. $\frac{y+7}{3} = \frac{y}{5}$

8. $\frac{m}{3} - \frac{2m}{5} = \frac{1}{5}$

9. $-\frac{3}{5}x = \frac{2}{3}$

10. $\frac{x}{2} + \frac{x-3}{5} = 3$

11. $\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x = 4$

12. $\frac{2x}{5} + \frac{x-1}{3} = 4$

Respuestas

1. $x = 80$

2. $x = 105$

3. $y = 66\frac{2}{3}$

4. $m = -\frac{9}{4}$

5. $y = 3$

6. $x = 22.5$

7. $y = -17\frac{1}{2}$

8. $m = -3$

9. $x = -\frac{10}{9}$

10. $x = \frac{36}{7}$

11. $x = \frac{48}{7}$

12. $x = \frac{65}{11}$

Sistemas de ecuaciones lineales

APOYO GUIADO DE COMPETENCIAS

Panorama general

Cuando dos rectas se consideran juntas, forman un sistema de ecuaciones lineales. Se intersecan en un punto, a menos que sean paralelas o sus ecuaciones sean diferentes formas de la misma recta. El punto de intersección es el único par de valores (x, y) que hará que *ambas* ecuaciones sean verdaderas. Una manera de ubicar el punto de intersección es graficar las dos rectas. Sin embargo, graficar lleva tiempo y, en muchos casos, no es exacto.

Cuando dos ecuaciones lineales se escriben igualadas a y (en general, en la forma $y = mx + b$), es fácil aprovechar el hecho de que ambos valores de y son iguales en el punto de intersección. Por ejemplo, si dos rectas se describen con las ecuaciones $y = -2x + 5$ e $y = x - 1$, el hecho de que ambos valores de y sean iguales al punto de intersección significa que los otros dos lados de las ecuaciones deben ser iguales entre ellos en ese punto. Se dice que los lados derechos de estas ecuaciones tienen “valores iguales” en el punto de intersección, por eso se pueden escribir como equivalentes: $-2x + 5 = x - 1$. Se parece a trabajar con Tapetes para ecuaciones.

Esta ecuación puede resolverse de la manera habitual, con el resultado $x = 2$. Ahora, se conoce la coordenada x del punto de intersección. Como este valor será el mismo en ambas ecuaciones originales en el punto de intersección, se puede hacer la sustitución $x = 2$ en cualquiera de las ecuaciones para determinar el valor de y : $y = -2(2) + 5$, entonces $y = 1$, o $y = 2 - 1$ e $y = 1$. Las dos rectas de este ejemplo se intersecan en $(2, 1)$.

Puedes encontrar más información en los recuadros de Métodos y significados de las lecciones 5.2.2, 5.2.3 y 5.2.4 del *Curso 3 de Core Connections en español*.

Ejemplos

1. Determina el punto de intersección para $y = 5x + 1$ e $y = -3x - 15$.

Sustituye las partes iguales de las ecuaciones. Determina el valor de x .

$$\begin{array}{cc} y = 5x + 1 & y = -3x - 15 \\ \downarrow & \downarrow \end{array}$$

Reemplaza x con -2 en cualquiera de las ecuaciones originales y determina el valor de y .

$$\begin{array}{cc} x = -2 & x = -2 \\ \downarrow & \downarrow \\ y = 5x + 1 & y = -3x - 15 \\ y = 5(-2) + 1 & y = -3(-2) - 15 \\ y = -10 + 1 & y = 6 - 15 \\ y = -9 & y = -9 \end{array}$$

Las dos rectas se intersecan en $(-2, -9)$.

2. El Parque de Diversiones Matemático es diferente de otros parques de diversiones. Quienes lo visitan deben tomar su primera decisión matemática cuando pagan la entrada. Tienen que elegir entre dos planes. Con el plan 1, pagan \$5 por la entrada al parque y \$3 por cada atracción. Con el plan 2, pagan \$12 por la entrada al parque y \$2 por cada atracción. ¿Para qué número de atracciones costarán lo mismo los dos planes?

El primer paso en la solución es escribir una ecuación que describa el costo total de cada plan.

En este ejemplo, sea x el número de atracciones y y el costo total. Entonces, la ecuación para representar el plan 1 para x atracciones es $y = 5 + 3x$. Del mismo modo, la ecuación para representar el plan 2 para x atracciones es $y = 12 + 2x$.

Sabemos que si los dos planes costaran lo mismo, los valores de y para $y = 5 + 3x$ e $y = 12 + 2x$ deberían ser iguales. El siguiente paso es escribir una ecuación usando x ; luego, determinar el valor de x .

Primero, sustituye las partes iguales de las ecuaciones. Determina el valor de x .

$$\begin{array}{cc} y = 5 + 3x & y = 12 + 2x \\ \downarrow & \downarrow \end{array}$$

Después, usa el valor de x para determinar el valor de y .

$$\begin{array}{cc} x = 7 & x = 7 \\ \downarrow & \downarrow \\ y = 5 + 3x & y = 12 + 2x \\ y = 5 + 3(7) & y = 12 + 2(7) \\ y = 5 + 21 & y = 12 + 14 \\ y = 26 & y = 26 \end{array}$$

Esto significa que si vas a 7 atracciones, ambos planes tendrán el mismo costo de \$26.

Práctica

Determina el punto de intersección (x, y) para cada sistema de ecuaciones lineales.

- | | | |
|---|---------------------------------------|---|
| 1. $y = x - 6$
$y = 12 - x$ | 2. $y = 3x - 5$
$y = x + 3$ | 3. $y = 2x + 16$
$y = 5x + 4$ |
| 4. $y = 3x - 5$
$y = 2x + 14$ | 5. $y = x + 7$
$y = 4x - 5$ | 6. $y = 7 - 3x$
$y = 2x - 8$ |

Escribe un sistema de ecuaciones lineales para cada problema y úsalas para llegar a una solución.

- 7.** Jacques limpiará las ventanas de una casa por \$15.00 más \$1.00 por ventana. Ray lo hará por \$5.00 más \$2.00 por ventana. Sea x el número de ventanas e y el costo total por limpiarlas. Escribe una ecuación que represente cuánto cobra cada persona para lavar ventanas. Resuelve el sistema de ecuaciones y explica qué significa la solución y cuándo sería más barato contratar a una persona o a la otra.
- 8.** Elle se mudó a Hawksbluff por un año y quiere una membresía a un gimnasio de escalada. Acotó sus opciones a dos gimnasios: Adventure Climb y Bouldering Place. Adventure Climb cobra una tarifa de \$95 para unirse y \$15 adicionales por mes. Bouldering Place cobra una tarifa de \$125 para unirse y una cuota de \$12 por mes. Escribe una ecuación que represente la tarifa de cada gimnasio. ¿Qué representan tus variables? Resuelve el sistema de ecuaciones e indica cuándo los costos serán iguales. Elle solo vivirá allí un año, entonces, ¿qué gimnasio será más barato para ella?
- 9.** Ginny está cultivando calabazas para entrar en un concurso para encontrar la calabaza más pesada. Su mejor calabaza pesa 22 libras y crece a una tasa de 2.5 libras a la semana. Martha plantó tarde sus calabazas. Su mejor calabaza pesa 10 libras, pero espera que crezca 4 libras por semana. Suponiendo que sus calabazas crecen a esas tasas, ¿en cuántas semanas sus calabazas pesarán lo mismo? ¿Cuánto pesarán? Si el concurso termina en siete semanas, ¿quién tendrá la calabaza más pesada para ese momento?
- 10.** Larry y Betty son familiares y están ahorrando para comprar sus propias computadoras portátiles. Larry tiene \$215 y puede ahorrar \$35 cada semana. Betty tiene \$380 y puede ahorrar \$20 cada semana. ¿Cuándo tendrán Larry y Betty la misma cantidad de dinero?

Respuestas

1. (9, 3)
2. (4, 7)
3. (4, 24)
4. (19, 52)
5. (4, 11)
6. (3, -2)
7. Sea x = número de ventanas, y = costo. Jacques: $y = 15 + 1x$; Roy: $y = 5 + 2x$. La solución es (10, 25), que significa que el costo de limpiar 10 ventanas es \$25. Para menos de 10 ventanas, contrata a Roy; para más de 10 ventanas, contrata a Jacques.
8. Sea x = semanas, y = costos totales. Adventure Climb: $y = 95 + 15x$; Boulderling Place: $y = 125 + 12x$. La solución es (10, 245). A los 10 meses, el costo de cualquier gimnasio es \$245. Para 12 meses, Boulderling Place es más barato.
9. Sea x = semanas e y = peso de la calabaza. Ginny: $y = 2.5x + 22$; Martha: $y = 4x + 10$. La solución es (8, 42), es decir, las calabazas pesarán 42 libras en 8 semanas. Ginny ganaría con 39.5 libras a 38 libras para Martha.
10. Sea x = semanas, y = total de dinero ahorrado. Larry: $y = 35x + 215$; Betty: $y = 20x + 380$. La solución es (11, 600). Los dos tendrán \$600 en 11 semanas.