

Propiedades de los ángulos, las rectas y los triángulos

APOYO GUIADO DE COMPETENCIAS

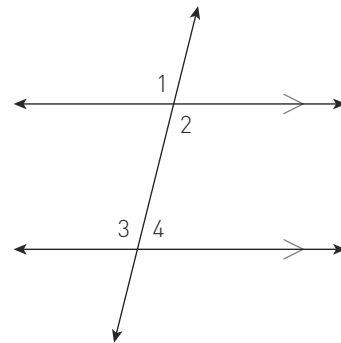
Resumen

Un ángulo se forma cuando dos rectas o segmentos de recta se cruzan. En este curso, los ángulos se miden en grados ($^{\circ}$). Las relaciones entre los ángulos se pueden observar cuando una transversal interseca dos rectas paralelas, y también en los triángulos.

RECTAS PARALELAS

En el diagrama que se muestra, pueden verse las siguientes relaciones entre ángulos:

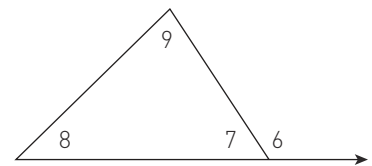
- los ángulos correspondientes tienen la misma medida: $m\angle 1 = m\angle 3$
- los ángulos alternos internos tienen la misma medida $m\angle 2 = m\angle 3$
- los ángulos conjugados internos son suplementarios:
 $m\angle 2 + m\angle 4 = 180^{\circ}$
- los ángulos opuestos por el vértice tienen la misma medida:
 $m\angle 1 = m\angle 2$
- los ángulos llanos miden 180° : $m\angle 3 + m\angle 4 = 180^{\circ}$



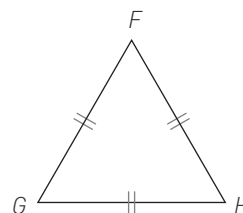
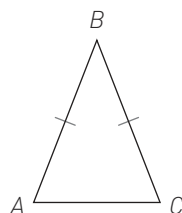
TRIÁNGULOS

En el diagrama que se muestra, pueden verse las siguientes relaciones entre ángulos:

- los ángulos internos son suplementarios: $m\angle 7 + m\angle 8 + m\angle 9 = 180^{\circ}$
- el ángulo exterior equivale a la suma de los dos ángulos interiores remotos:
 $m\angle 6 = m\angle 8 + m\angle 9$



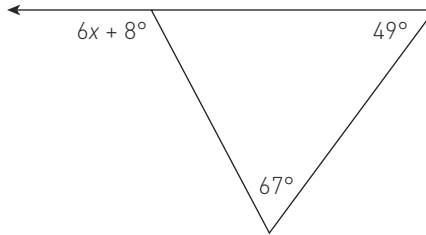
Los triángulos isósceles y los triángulos equiláteros tienen otras relaciones entre los ángulos: en el triángulo isósceles $\triangle ABC$ que se muestra, $BA = BC$ y $m\angle A = m\angle C$. En el triángulo equilátero $\triangle GFH$ que se muestra, $GF = FH = HG$ y $m\angle G = m\angle F = m\angle H = 60^{\circ}$.



Puedes encontrar más información en los recuadros de Métodos y significados de las lecciones 9.1.2, 9.1.3 y 9.1.4 del *Curso 3 de Core Connections en español*.

Ejemplos

1. Determina el valor de x .



Usa el teorema del ángulo exterior:

$$6x + 8^\circ = 49^\circ + 67^\circ$$

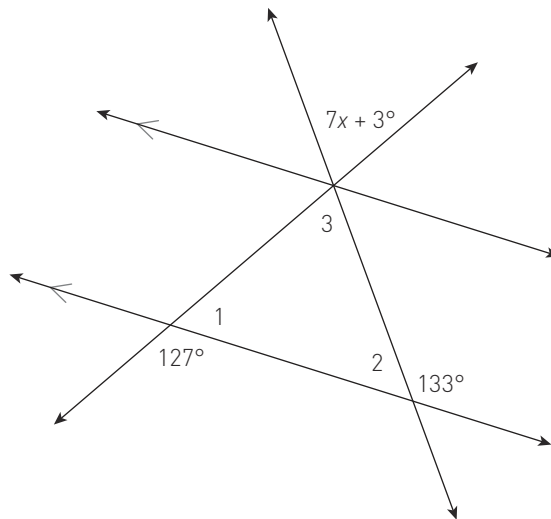
$$6x + 8^\circ = 116^\circ$$

$$6x = 108^\circ$$

$$x = \frac{108^\circ}{6}$$

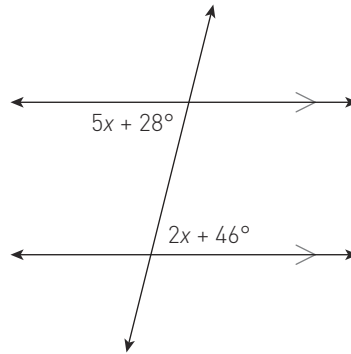
$$x = 18^\circ$$

2. Determina el valor de x .



En este diagrama hay varias relaciones. En primer lugar, $\angle 1$ y el ángulo de 127° son suplementarios, entonces $m\angle 1 + 127^\circ = 180^\circ$, $m\angle 1 = 53^\circ$. Usando la misma idea, $m\angle 2 = 47^\circ$. Después, $m\angle 3 + 53^\circ + 47^\circ = 180^\circ$, entonces $m\angle 3 = 80^\circ$. Como el ángulo 3 es opuesto por el vértice al ángulo marcado como $7x + 3^\circ$, $80^\circ = 7x + 3^\circ$, entonces $x = 11^\circ$.

3. Determina la medida de los ángulos alternos internos agudos.



Las rectas paralelas implican que los ángulos alternos internos son iguales, entonces:

$$5x + 28^\circ = 2x + 46^\circ$$

$$3x = 18^\circ$$

$$x = 6^\circ$$

Usando cualquier expresión algebraica, calcula la medida del ángulo:

$$x = 6^\circ$$



$$\begin{aligned} &5x + 28^\circ \\ &= 5(6^\circ) + 28^\circ \\ &= 30^\circ + 28^\circ \\ &= 58^\circ \end{aligned}$$

$$x = 6^\circ$$

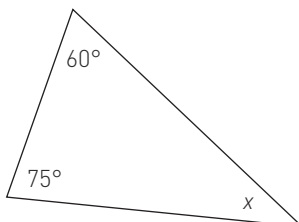


$$\begin{aligned} &2x + 46^\circ \\ &= 2(6^\circ) + 46^\circ \\ &= 12^\circ + 46^\circ \\ &= 58^\circ \end{aligned}$$

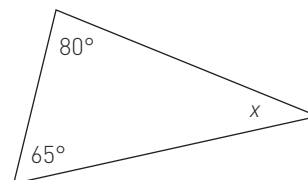
Práctica

Usa las propiedades geométricas que aprendiste para determinar el valor de x en cada diagrama y escribe la propiedad que uses en cada caso.

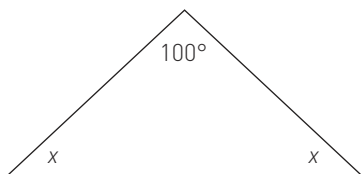
1.



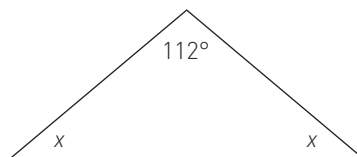
2.



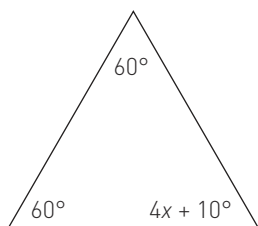
3.



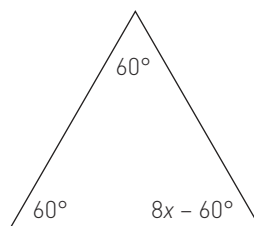
4.



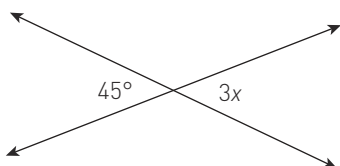
5.



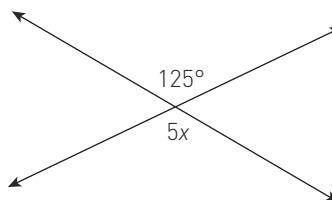
6.



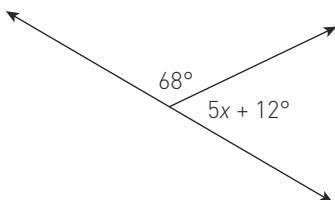
7.



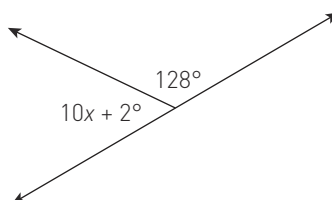
8.



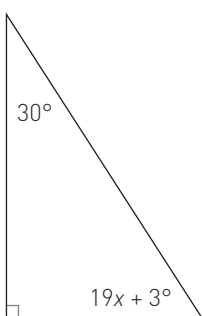
9.



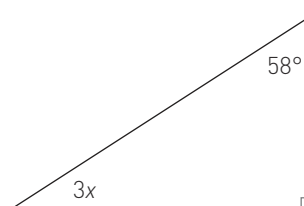
10.



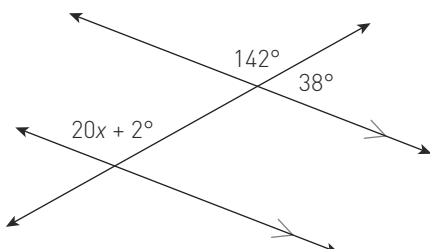
11.



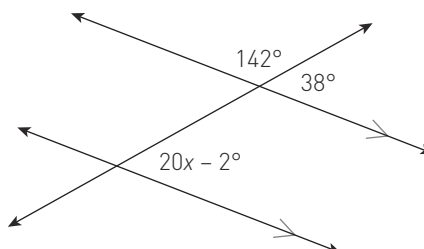
12.



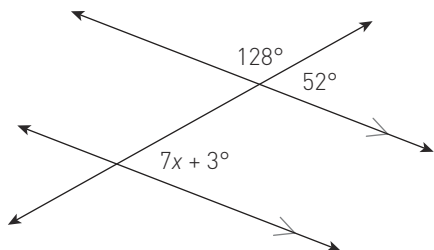
13.



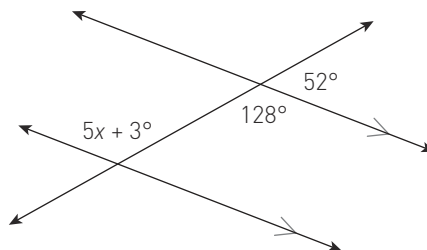
14.



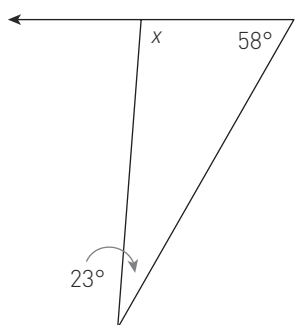
15.



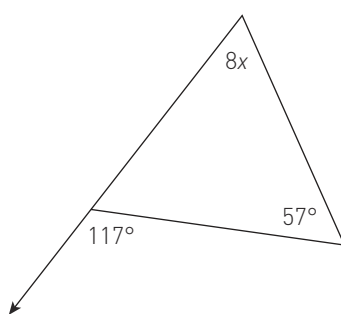
16.



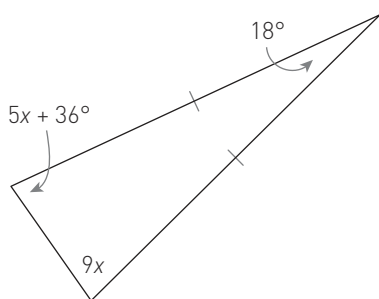
17.



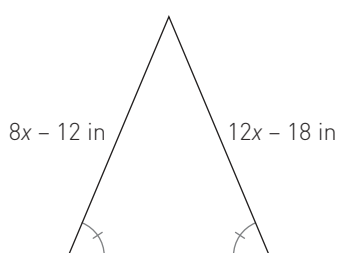
18.



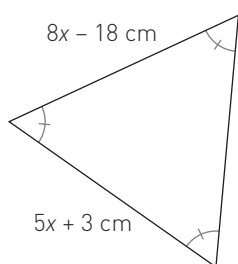
19.



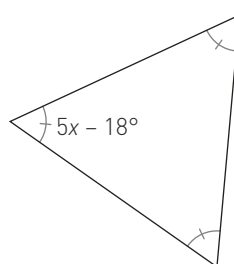
20.



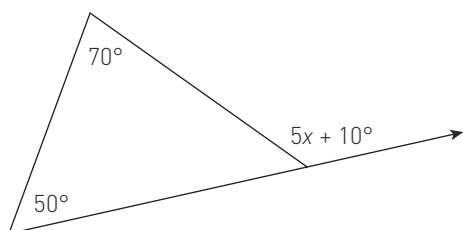
21.



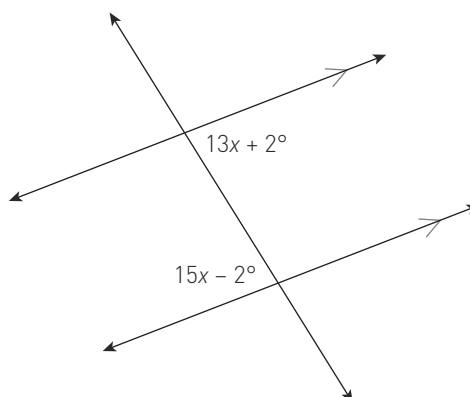
22.



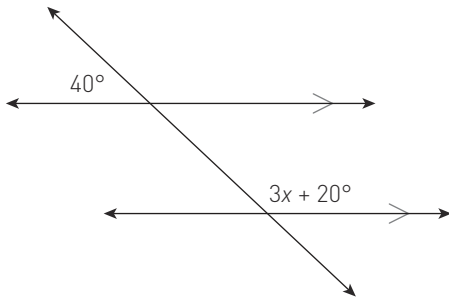
23.



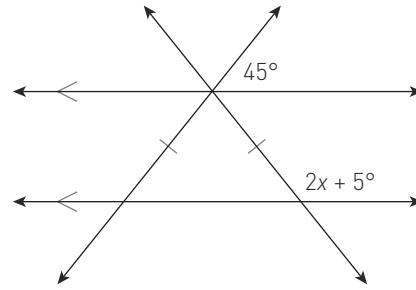
24.



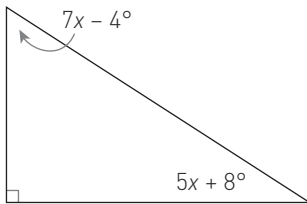
25.



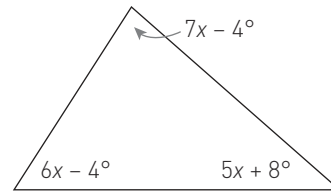
26.



27.



28.



Respuestas

1. 45°

2. 35°

3. 40°

4. 34°

5. 12.5°

6. 15°

7. 15°

8. 25°

9. 20°

10. 5°

11. 3°

12. $\frac{32^\circ}{3} = 10\frac{2}{3}^\circ$

13. 7°

14. 2°

15. 7°

16. 25°

17. 99°

18. 7.5°

19. 9°

20. 1.5°

21. 7°

22. 15.6°

23. 22°

24. 2°

25. 40°

26. 65°

27. $7\frac{1}{6}^\circ$

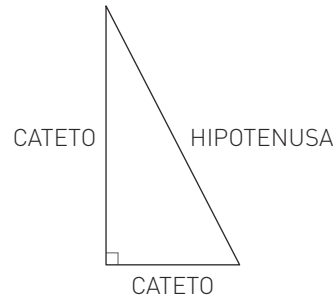
28. 10°

Teorema del triángulo rectángulo

APOYO GUIADO DE COMPETENCIAS

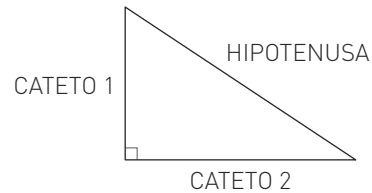
Resumen

Un triángulo rectángulo es un triángulo en el que los dos lados más cortos forman un ángulo recto. Los lados más cortos se llaman “catetos”, y el lado más largo se denomina “hipotenusa”.



El teorema del triángulo rectángulo establece que, en todo triángulo rectángulo, la suma de los cuadrados de las longitudes de los catetos es igual al cuadrado de la longitud de la hipotenusa.

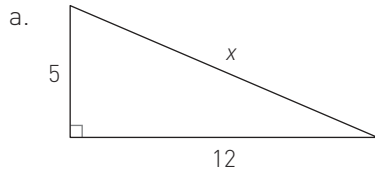
$$(\text{cateto } 1)^2 + (\text{cateto } 2)^2 = (\text{hipotenusa})^2$$



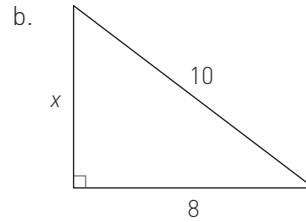
Puedes encontrar más información en el recuadro de Métodos y significados de la Lección 9.2.3 del *Curso 3 de Core Connections en español*.

Ejemplos

1. Usa el teorema del triángulo rectángulo para calcular el valor de x .

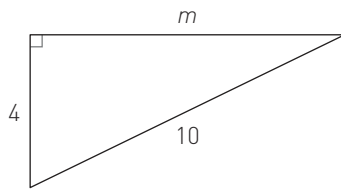


$$\begin{aligned} 5^2 + 12^2 &= x^2 \\ 25 + 144 &= x^2 \\ 169 &= x^2 \\ 13 &= x \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} x^2 + 8^2 &= 10^2 \\ x^2 + 64 &= 100 \\ x^2 &= 36 \\ x &= 6 \end{aligned}$$

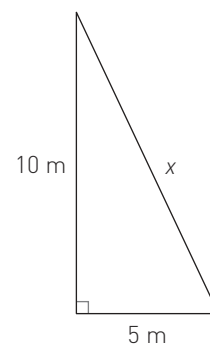
2. No todos los problemas tendrán respuestas racionales. Usa la notación de la raíz cuadrada para la respuesta exacta y después usa tu calculadora para aproximar el valor de m .



$$\begin{aligned} 4^2 + m^2 &= 10^2 \\ 16 + m^2 &= 100 \\ m^2 &= 84 \\ m &= \sqrt{84} \\ m &\approx 9.17 \end{aligned}$$

3. Para sostener una torre, se necesita un cable tensor. El cable está sujeto al suelo a 5 metros de la base de la torre. ¿Cuánto mide el cable si la torre tiene 10 metros de altura?

Primero dibuja un diagrama para representar el problema, luego escribe una ecuación usando el teorema del triángulo rectángulo y resuélvela.

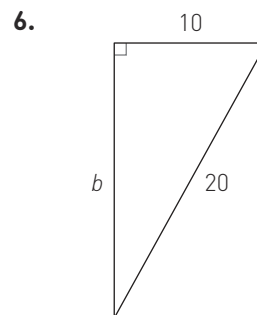
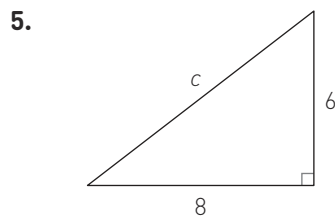
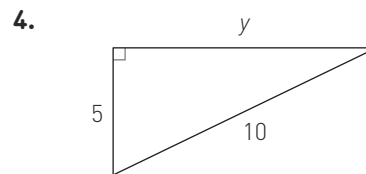
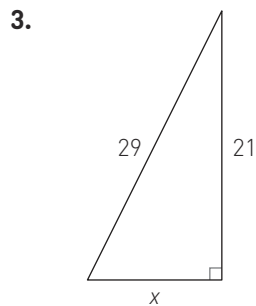
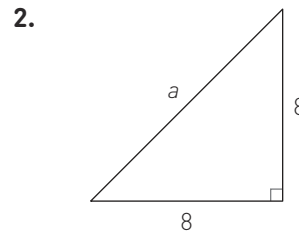
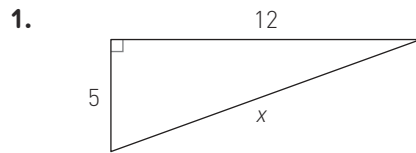


$$\begin{aligned} x^2 &= 10^2 + 5^2 \\ x^2 &= 100 + 25 \\ x^2 &= 125 \\ x &= \sqrt{125} \\ x &\approx 11.18 \text{ m} \end{aligned}$$

Práctica

Para los problemas 1 a 6, escribe una ecuación y resuélvela para calcular la longitud del lado desconocido.

Para los problemas 7 a 12, dibuja un diagrama, escribe una ecuación y resuélvela. Redondea las respuestas a la centésima más cercana.



7. Calcula la diagonal de una pantalla de televisión de 30 pulgadas de alto por 35 pulgadas de ancho.
8. Una escalera de 9 metros está a 1 metro de la base de un edificio. ¿A qué altura del edificio llegará la escalera?
9. Sam condujo 8 millas hacia al sur y 5 millas hacia el oeste. ¿A qué distancia está de su punto inicial?
10. La longitud de la hipotenusa de un triángulo rectángulo es de 6 centímetros. Si un cateto mide 4 centímetros, ¿cuánto mide el otro?
11. Calcula la longitud de un camino que atraviesa en diagonal un campo de 55 yardas por 100 yardas.
12. ¿Cuál es la longitud máxima de un paraguas que cabe en el fondo de una maleta de 1.5 pies por 2.5 pies?

Respuestas

- | | | | | | | | |
|----|-------------|-----|----------------|-----|-------------|-----|---------------|
| 1. | 13 unidades | 2. | 11.31 unidades | 3. | 20 unidades | 4. | 8.66 unidades |
| 5. | 10 unidades | 6. | 17.32 unidades | 7. | 46.10 in | 8. | 8.94 m |
| 9. | 9.43 mi | 10. | 4.47 cm | 11. | 114.13 yd | 12. | 2.92 ft |